

MOCE I KOMPENSACJA W OBWODACH Z OKRESOWYMI PRZEBIEGAMI PRĄDU I NAPIĘCIA

Część 9

Defekty teorii chwilowej mocy biernej p-q Nabae'a i Akagięgo

Powers and Compensation in Circuits with Periodic Voltages and Currents

Part 9

Defects of Nabae and Akagi's Instantaneous Reactive Power p-q Theory

Leszek S. CZARNECKI

Louisiana State University, USA

Streszczenie: Teoria chwilowej mocy biernej (CMB) p-q, Nabae'a i Akagięgo tworzy nie tylko podstawę teoretyczną algorytmów sterowania kompensatorów przełączających, lecz staje się w ostatnich latach także metodą opisu właściwości energetycznych obwodów trójfazowych. Poprawność tego opisu jest w niniejszym artykule analizowana na podstawie teorii składowych fizycznych prądu (SFP).

Artykuł pokazuje, że teoria chwilowej mocy biernej p-q sugeruje błędne interpretacje właściwości energetycznych obwodów trójfazowych. Mianowicie, chwilowy prąd bierny może według tej teorii pojawić się w prądzie odbiornika o zerowej mocy biernej, zaś chwilowy prąd czynny może pojawić się w prądzie odbiornika o zerowej mocy czynnej. Ponadto, prądy te są niesinusoidalne, nawet jeśli napięcie zasilania jest sinusoidalne i nie ma w odbiorniku żadnych źródeł harmoniczných. Co więcej, pomimo takich właśnie sugestii, teoria chwilowej mocy biernej nie umożliwia momentalnej identyfikacji właściwości energetycznych odbiorników trójfazowych. Znajomość mocy chwilowych p i q w pewnym momencie nie pozwala wyciągnąć żadnych wniosków co do właściwości odbiornika. Artykuł wyjaśnia przyczyny interpretacyjnych ograniczeń teorii chwilowej mocy biernej. Mianowicie, właściwości energetyczne trójfazowych, trójprzewodowych obwodów z sinusoidalnymi prądami i napięciami określone są trzema niezależnymi od siebie mocami: mocą czynną, mocą bierną i mocą niezrównoważenia, tymczasem teoria chwilowej mocy biernej p-q oparta jest na dwóch wielkościach energetycznych. Para tych mocy zmierzona w pewnej chwili czasu nie może więc charakteryzować trzech niezależnych zjawisk energetycznych. Artykuł pokazuje, że każda z mocy chwilowych zależy od dwóch różnych zjawisk.

Summary: The Instantaneous Reactive Power (IRP) p-q Theory is becoming not only a common theoretical fundamental for switching compensator control, but also an approach to describing power properties of three-phase systems. This paper verifies whether this theory identifies power properties of such systems correctly or not. The verification is confined to three-phase, three-wire systems with sinusoidal voltages and currents. The Theory of the Current's Physical Components (CPC) is used as reference for this verification.

The paper demonstrates that results obtained from the IRP p-q Theory violate the common interpretation of power phenomena in three-phase unbalanced systems with sinusoidal voltages and currents. Namely, it suggests the presence of a reactive current in supply lines of purely resistive loads, as well as, it suggests the presence of an active current in supply lines of purely reactive loads. Although all currents in such a situation are sinusoidal, the instantaneous active and reactive currents defined in the IRP p-q Theory are nonsinusoidal. This indicates that the IRP p-q Theory misinterprets power phenomena in unbalanced systems with sinusoidal voltages and currents. Moreover, in spite of such suggestions, the Instantaneous Reactive Power p-q Theory is not capable of identifying power properties of three-phase loads instantaneously. A pair of values of instantaneous powers p and q does not allow us even to conclude whether the load is purely resistive, reactive, balanced or unbalanced. Power properties of three-phase, three-wire systems with sinusoidal voltages and currents are specified in terms of the active, reactive, unbalanced and apparent powers, P , Q , D and S of the load. This paper shows that there is no relationship in unbalanced systems between these powers and instantaneous values of the active and reactive, p and q , powers.

Słowa kluczowe: chwilowa moc bierna, układy niezrównoważone, teoria mocy, filtry aktywne

Keywords: instantaneous reactive power, unbalanced loads, power theory, active filters

1. WPROWADZENIE

Teoria chwilowej mocy biernej (CMB) p-q, opracowana przez Nabae'a, Akagiego i Kanazawę [1, 2], tworzy podstawę teoretyczną algorytmów sterowania kompensatorów kluczujących, znanych głównie pod nazwą „aktywnych filtrów mocy” lub „aktywnych filtrów harmonicznycy”, dlatego też jest rozpowszechniona [3-6] wśród specjalistów zajmujących się kompensacją harmonicznycy w systemach dystrybucyjnych. W ostatniej dekadzie opublikowanych zostało przeszło sto artykułów nawiązujących do tej teorii. Skupia też ona uwagę naukowców zajmujących się rozwojem teorii mocy obwodów elektrycznych [7-10]. Nacisk, akcentowany w pracach Fryzego [12], na opis właściwości energetycznych obwodów elektrycznych bez użycia szeregów Fouriera, to jest w dziedzinie czasowej, tłumaczy w dużym stopniu zainteresowanie teorią CMB p-q, gdyż istotnie jest ona sformułowana na podstawie wartości chwilowych prądów i napięć. Moce p oraz q określane są jedynie ze zwłoką wynikającą z próbkowania prądów i napięć oraz z czasu potrzebnego do obliczeń, to jest niemal natychmiast. Sugeruje to momentalną identyfikację właściwości energetycznych odbiornika. Że jest tak istotnie, utrzymywał prof. Nabae w prywatnej dyskusji z autorem niniejszego artykułu. Nie bez znaczenia dla popularności teorii CMB p-q było także zapewnienie autorów [2], że opracowanie jej było odpowiedzią na potrzebę momentalnej kompensacji mocy biernej (ang.: *...the demand to instantaneously compensate the reactive power*). Zapewnienie to, wraz z przymiotnikiem „chwilowa”, odnoszącym się do mocy biernej (ang.: *instantaneous*), wydaje się sugerować, że teoria ta natychmiast dostarcza informacji potrzebnych do sterowania kompensatorem mocy biernej.

Stan rozwoju teorii mocy obwodów z przebiegami okresowymi wtedy, gdy w roku 1983 tworzone były podstawy teoretyczne CMB p-q, wyjaśnia w znacznym stopniu jej siłę przyciągania. Teorie proponowane przez Budeanu [11] i Fryzego [12] nie doprowadziły do rozwiązania problemu poprawy współczynnika mocy odbiorników zasilanych napięciem niesinusoidalnym. Pewien postęp w kompensacji pojemnościowej został uzyskany dopiero dzięki teoriom mocy Shepherd'a i Zakikhaniego [13] oraz Kustersa i Moore'a [14]. Niestety, wyniki te, poprawne w sytuacji wyidealizowanej, okazały się błędne [15] w warunkach przemysłowych. Teoria chwilowej mocy biernej p-q Nabae'a i Akagiego, tworząc podstawy kompensacji mocy biernej i harmonicznycy prądu odbiornika, była jedyną teorią mocy, na której można było oprzeć poprawę współczynnika mocy w obwodach trójfazowych. Algorytm sterowania kompensatora oparty na teorii CMB p-q nie wymaga ponadto analizy harmonicznycy, czyniąc go, przez redukcję liczby operacji matematycznych, bardziej atrakcyjnym od metod częstotliwościowych.

Teoria chwilowej mocy biernej p-q nie jest jednak tylko podstawą teoretyczną algorytmu sterowania kompensatorem. Jest ona teorią mocy obwodów trójfazowych z okresowymi

przebiegami prądów i napięć, opisującą i interpretującą zjawiska energetyczne w takich obwodach, bez jakichkolwiek, zdaniem autorów [2], ograniczeń, i jest obecnie stosowana [16-19] do opisu właściwości energetycznych obwodów trójfazowych.

Wtedy, gdy teoria CMB p-q traktowana jest tylko jako podstawa teoretyczna algorytmu sterowania kompensatora, do jej zaakceptowania może wystarczyć to, że kompensator taki osiąga zamierzony przez projektanta cel kompensacji. Poprawność algorytmu kompensacji może jednak nie wystarczać, aby teoria była poprawna jako teoria mocy obwodów.

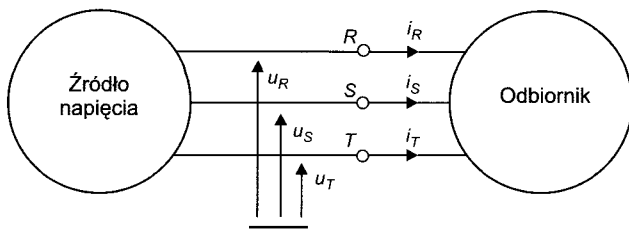
Pojęcie *teoria mocy* nie jest niestety zdefiniowane. Można jedynie oczekiwać, że teoria mocy jest zbiorem zdań, definicji i równań umożliwiających poprawny opis i wiarygodną interpretację zjawisk energetycznych w obwodzie elektrycznym. Jak jednak sprawdzić, czy zdania te są prawdziwe, opis jest poprawny, a interpretacje wiarygodne?

Wiadomo, że poprawności teorii fizycznych, a taką jest teoria mocy, nie można udowodnić. Przekonanie o jej poprawności można jedynie oprzeć na wynikach analizy przeprowadzonej zgodnie z nauczaniem Galileo Galilei, który tą właśnie analizą stworzył fundamenty nauk fizycznych. Według niego, teoria, czyli model matematyczny złożonego zjawiska, nie może być uznana za poprawną, zanim nie zostanie sprawdzona jej zgodność z obserwacjami doświadczalnymi lub z wynikami analizy metodami mającymi znamiona metod poprawnych. Ponadto, teoria nie może być uznana za poprawną, jak długo pozostają wątpliwości, czy właściwie opisuje ona zjawiska uproszczone, mogące być wiarygodnie przedstawione na podstawie innych teorii. W ocenie poprawności teorii warto brać także pod uwagę nauczanie Ockhama (brzytwa Ockhama) o potrzebie pozbywania się z teorii tych elementów, które nie są niezbędne do wyjaśnienia zjawiska. Jeśli istnieją inne teorie tego samego zjawiska, ta z nich powinna być wybrana, która pozostaje w lepszej zgodności z obserwacjami.

Analiza poprawności teorii CMB p-q w niniejszym artykule przeprowadzona jest właśnie w duchu tych zaleceń. 'Obiektem uproszczonym' są trójprzewodowe obwody trójfazowe z liniowymi, czasowo-niezmiennymi odbiornikami, zasilanymi z symetrycznego źródła napięcia sinusoidalnego. Obwody takie są podzbiorem obwodów, dla których opracowana została teoria CMB p-q, która zjawiska energetyczne w trójprzewodowym obwodzie trójfazowym wyjaśnia za pomocą dwóch mocy, chwilowej mocy czynnej p i chwilowej mocy biernej q . Natomiast według teorii mocy¹ opracowanej przez autora niniejszego artykułu [20-23] trzy, a nie dwie moce charakteryzują właściwości energetyczne takich obwodów, mianowicie moc czynna, P , moc bierna, Q , oraz moc niezerównoważenia, D . Moce te spełniają równanie:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (1)$$

¹ Teoria ta oparta jest na rozkładzie prądu na składniki zwane *składowymi fizycznymi prądu* (SFP) (ang.: *Current's Physical Components*, CPC). W poprzednich artykułach tej serii składniki te nazywane były *składowymi energetycznymi prądu*. Autorowi wydaje się jednak, że przymiotnik „fizyczny” lepiej charakteryzuje te składowe niż przymiotnik „energetyczny”. Teoria mocy oparta na tym rozkładzie będzie określana, dla zwięzłości, jako *teoria SFP* (ang.: *CPC Theory*).



Rys. 1. Trójprzewodowy obwód trójfazowy

gdzie S oznacza moc pozorną. Tak więc, teorie te opisują właściwości energetyczne obwodów trójfazowych w całkowicie odmienny sposób. Moce p i q są funkcjami czasu, podczas gdy moce P , Q oraz D zdefiniowane są jako funkcjonały, a więc są liczbami. Różnią się też te dwie teorie liczbą wielkości potrzebnych do opisu właściwości energetycznych obwodu. Obie teorie tworzą podstawy teoretyczne sterowania kompensatorów, jednak w niniejszym artykule teoria CMB p-q nie jest analizowana jako algorytm sterowania, lecz jedynie jako metoda opisu i interpretacji właściwości energetycznych obwodów trójfazowych.

2. CHWILOWY PRĄD CZYNNY I BIERNY

Teoria chwilowej mocy biernej oparta jest na transformacji Clarka prądów i napięć we współrzędnych fazowych, określonych jak na rysunku 1, w prądy i napięcia w ortogonalnych współrzędnych α i β .

Rozważania w niniejszym artykule ograniczone są do obwodów zasilanych trójprzewodowo z symetrycznych źródeł sinusoidalnych napięć trójfazowych. W obwodach takich $i_R + i_S + i_T = 0$ oraz $u_R + u_S + u_T = 0$, zatem transformacja Clarka napięć fazowych może być uproszczona do postaci:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2, & 0 \\ 1/\sqrt{2}, & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \end{bmatrix} \quad (2)$$

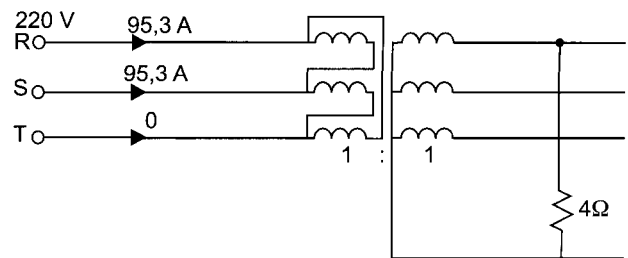
i podobnie — transformacja Clarka prądów przewodowych:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2, & 0 \\ 1/\sqrt{2}, & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \end{bmatrix} \quad (3)$$

Gdy znane są prądy we współrzędnych α i β prądy przewodowe mogą być obliczone za pomocą odwrotnej transformacji Clarka, mianowicie:

$$\begin{bmatrix} i_R \\ i_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/3, & 0 \\ -1/\sqrt{6}, & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

Prądy i napięcia we współrzędnych ortogonalnych α i β są następnie w teorii CMB p-q użyte [2] do zdefiniowania chwilowej mocy czynnej:



Rys. 2. Przykład obwodu z odbiornikiem rezystancyjnym

$$p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta \quad (5)$$

i chwilowej mocy biernej:

$$q = u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha \quad (6)$$

Teoria CMB p-q wprowadza pojęcie chwilowego prądu czynnego, który we współrzędnych ortogonalnych α i β ma [2] składowe:

$$i_{\alpha p} = \frac{u_\alpha}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p \quad (7)$$

$$i_{\beta p} = \frac{u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p \quad (8)$$

oraz pojęcie chwilowego prądu czynnego, o składowych:

$$i_{\alpha q} = \frac{-u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q \quad (9)$$

$$i_{\beta q} = \frac{u_\alpha}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q \quad (10)$$

Przykład 1. Zastosujmy teorię CMB p-q do obwodu pokazanego na rysunku 2 z rezystancyjnym odbiornikiem, przyjmując, że transformator jest idealny o przekładni zwolowej 1:1, a napięcie zasilania jest symetryczne, o kolejności dodatniej, o przebiegu fazy R względem punktu neutralnego:

$$u_R = \sqrt{2} U \cos \omega_1 t, \quad U = 220 \text{ V} \quad (11)$$

Transformacja Clarka tego napięcia jest równa:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \sqrt{2} U \cos \omega_1 t \\ \sqrt{2} U \cos(\omega_1 t - 120^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} U \cos \omega_1 t \\ \sqrt{3} U \sin \omega_1 t \end{bmatrix} \quad (12)$$

Ponieważ prądy zasilania w takim obwodzie są równe, odpowiednio:

$$i_R = \sqrt{2} I \cos(\omega_1 t + 30^\circ) = -i_S, \quad I = 95,26 \text{ A}, \quad i_T = 0$$

ich transformaty we współrzędnych ortogonalnych α i β mają przebieg:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} i_R \\ -i_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} I \cos(\omega_1 t + 30^\circ) \\ -I \cos(\omega_1 t + 30^\circ) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Chwilowa moc czynna ma przebieg:

$$p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta = \sqrt{3} U I [1 + \cos 2(\omega_1 t + 30^\circ)] \quad (14)$$

oraz, co może być zaskoczeniem, gdyż analizowany obwód jest czysto rezystancyjny, źródło zasilania obciążone także chwilową mocą bierną:

$$q = u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha = -\sqrt{3} U I \sin 2(\omega_1 t + 30^\circ) \quad (15)$$

Chwilowy prąd czynny zasilania ma we współrzędnych ortogonalnych a i b składowe:

$$i_{\alpha p} = \frac{u_\alpha}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p = I [1 + \cos 2(\omega_1 t + 30^\circ)] \cos \omega_1 t \quad (16)$$

$$i_{\beta p} = \frac{u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p = I [1 + \cos 2(\omega_1 t + 30^\circ)] \sin \omega_1 t \quad (17)$$

Transformacja odwrotna Clarka określa chwilowy prąd czynny w przewodach zasilających, mianowicie

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{Rp} \\ i_{Sp} \end{bmatrix} &= I [1 + \cos 2(\omega_1 t + 30^\circ)] \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \omega_1 t \\ \sin \omega_1 t \end{bmatrix} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} I [1 + \cos 2(\omega_1 t + 30^\circ)] \begin{bmatrix} \cos \omega_1 t \\ \cos(\omega_1 t - 120^\circ) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

Pojęcie *prąd czynny* zostało wprowadzone do teorii mocy obwodów jednofazowych [12] przez Fryzego w 1931r. Jest to prąd proporcjonalny do napięcia zasilania $u(t)$, o wartości skutecznej niezbędnej do tego, aby odbiornik miał moc czynną P , mianowicie:

$$i_a(t) = \frac{P}{\|u\|^2} u(t) \quad (19)$$

gdzie $\|u\|$ oznacza wartość skuteczną napięcia zasilania. Definicja prądu czynnego w obwodach trójfazowych [20–23], zachowująca ideę definicji Fryzego, ma postać:

$$\mathbf{i}_a = \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \end{bmatrix} = \frac{P}{\|u\|^2} \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{bmatrix} = \frac{P}{\|u\|^2} \mathbf{u} \quad (20)$$

gdzie $\|u\|$ oznacza wartość skuteczną [20, 23] trójfazowego napięcia zasilania. Tak więc, pomimo niemal identycznych nazw, chwilowy prąd czynny w teorii CMB p-q w niczym nie przypomina prądu czynnego, jaki jest znany w elektrotechnice od przeszło 60. lat, szczególnie, że prąd czynny według definicji Fryzego jest także definiowany poprzez wartości chwilowe. Na przykład, chwilowy prąd czynny w przewodzie R ma według teorii CMB p-q przebieg:

$$\begin{aligned} i_{Rp} &= \sqrt{\frac{2}{3}} I [1 + \cos 2(\omega_1 t + 30^\circ)] \cos \omega_1 t = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} I \cos \omega_1 t + \frac{1}{\sqrt{6}} I \cos(\omega_1 t + 60^\circ) + \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{6}} I \cos(3\omega_1 t + 60^\circ) \end{aligned} \quad (21)$$

wtedy, gdy prąd czynny definiowany w duchu Fryzego, i też *chwilowy*, ma przebieg:

$$i_{Ra} = \sqrt{\frac{2}{3}} I \cos \omega_1 t \quad (22)$$

Pomijając różnice wartości skutecznych obu prądów, prąd czynny w teorii CMB p-q jest prądem niesinusoidalnym, nawet wtedy, gdy napięcie zasilania jest sinusoidalne i nie ma w obwodzie źródeł harmonicznych. Czy nie powinno się przy takim wyniku pamiętać o brzytwie Ockhama? Prąd czynny wg definicji Fryzego ma jeszcze jedną ważną cechę: jest to jedyny prąd, jaki może pozostać w przewodach zasilających odbiornika po poprawie jego współczynnika mocy do jedności. Prąd czynny w teorii CMB p-q nie jest takim prądem, chociażby dlatego, że jest prądem odkształconym. Pomijając inne mankamenty pojęcia chwilowego prądu czynnego, użycie nazwy składowej prądu, utrwalonej w elektrotechnice od wielu lat, do nazwania w identyczny niemal sposób zupełnie innego prądu może powodować zamieszanie.

Jakkolwiek odbiornik przedstawiony na rysunku 2 jest odbiornikiem czysto rezystancyjnym, chwilowa moc bierna źródła q nie jest równa zero. Pojawia się zatem chwilowy prąd bierny, mający we współrzędnych ortogonalnych α i β składowe:

$$i_{\alpha q} = \frac{-u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q = I \sin 2(\omega_1 t + 30^\circ) \sin \omega_1 t \quad (23)$$

$$i_{\beta q} = \frac{u_\alpha}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q = -I \sin 2(\omega_1 t + 30^\circ) \cos \omega_1 t \quad (24)$$

Z odwrotnej transformacji Clarka wynika, że chwilowy prąd bierny we współrzędnych fazowych ma przebieg:

Tabela 2. Podstawowe wielkości dotyczące filtrów z rysunku 17

lp	ω_S	ω_R	L_1	L_2	warunki
a	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$	$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	$\frac{1}{\omega_S^2 C_1}$	$\frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	R_2 duże
b	$\frac{R_1}{\sqrt{L_1 (C_1 R_1^2 - L_1)}}$	$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	$\frac{C_1 R_1^2}{2} \mp \frac{R_1 \sqrt{\omega_S^2 C_1^2 R_1^2 - 4}}{2\omega_S}$	$\frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	$R_1 \geq \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ $R_1 \geq \frac{2}{\omega_S C_1}$
c	$\frac{R_1}{\sqrt{L_1 (C_1 R_1^2 - L_1)}}$	$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	$\frac{C_1 R_1^2}{2} \mp \frac{R_1 \sqrt{\omega_S^2 C_1^2 R_1^2 - 4}}{2\omega_S}$	$\frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	$R_1 \geq \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ $R_1 \geq \frac{2}{\omega_S C_1}$
d	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$	$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	$\frac{1}{\omega_S^2 C_1}$	$\frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	$R_1 > \frac{1}{\omega_S C_1}$ R_2 duże
e	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$	$\frac{1}{\sqrt{C_2 (L_2 - C_2 R_2^2)}}$	$\frac{1}{\omega_S^2 C_1}$	$R_2^2 C_2 + \frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	$R_2 < \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}$
f	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$	$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	$\frac{1}{\omega_S^2 C_1}$	$\frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	$R_1 > \frac{1}{\omega_S C_1}$
g*	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$	$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	$\frac{1}{\omega_S^2 C_1}$	$\frac{1}{\omega_R^2 C_2}$	-

4. Stosują probabilistyczne, a nie deterministyczne reguły wyboru.

5. Umożliwiają dowolne kształtowanie funkcji celu.

Te pięć cech, tzn. kodowanie parametrów, działanie na populacjach, korzystanie z minimum informacji o zadaniu i operacje losowe, składają się w efekcie na odporność algorytmów genetycznych i wynikającą stąd ich przewagę nad innymi powszechnie stosowanymi technikami poszukiwania rozwiązania optymalnego.

Ze względu na to, że algorytmy genetyczne pochodzą ze świata genetyki, przejęły terminologię z tej dziedziny wiedzy. Ważnym pojęciem w algorytmach genetycznych jest pojęcie **funkcji przystosowania** (dopasowania). To na jej podstawie wszystkie osobniki w populacji są oceniane i na jej podstawie powstaje nowe pokolenie rozwiązań. Każda iteracja algorytmu genetycznego tworzy nową **generację**, zwaną pokoleniem potomków. Należy rozróżnić funkcję celu od funkcji przystosowania. Podstawowym pojęciem jest funkcja celu, która może być przekształcona w funkcję przystosowania, np. gdy chcemy minimalizować, a nie maksymalizować jakąś funkcję.

W skład podstawowego algorytmu genetycznego wchodzi:

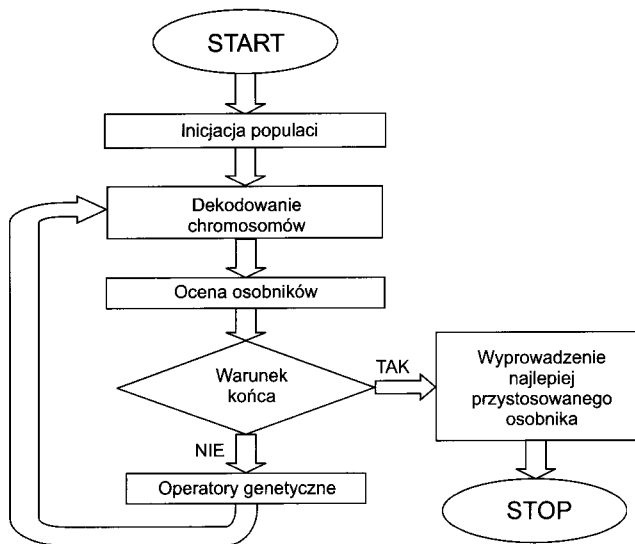
- inicjacja populacji początkowej,
- dekodowanie chromosomów do przestrzeni parametrów zadania,
- wyznaczenie wartości funkcji celu dla każdego osobnika,

- wyznaczenie funkcji przystosowania,
- sprawdzenie warunku kończącego pracę algorytmu,
- operator selekcji,
- operator krzyżowania i mutacji.

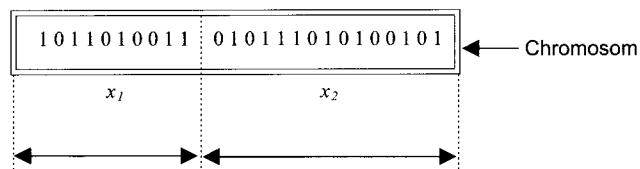
Ważne jest, by zauważyć, że AG dostarczają potencjalnych rozwiązań danego problemu, a wybór rozwiązania ostatecznego pozostawiają użytkownikowi. W przypadku, gdy szczególnie problem nie ma jednego rozwiązania, np. rodzina pareto-optymalnych rozwiązań jak w przypadku wielokryterialnej optymalizacji, wtedy AG są potencjalnie użyteczne do identyfikacji tych alternatywnych rozwiązań.

Na rysunku 26 przedstawiono schemat blokowy podstawowego algorytmu genetycznego.

Inicjacja populacji początkowej. Należy określić podstawowe parametry algorytmu genetycznego, takie jak: liczebność populacji (liczba chromosomów w populacji), liczba parametrów zadania oraz jak długi będzie chromosom. Po określeniu tych parametrów, losowo generuje się populację początkową. Osobniki są kodowane jako ciągi (*chromosomy*) odpowiedniego alfabetu. W większości zastosowań używa się reprezentacji alfabetu binarnego $\{0, 1\}$, aczkolwiek w niektórych przypadkach można użyć np. alfabetu trójkowego, liczb całkowitych lub rzeczywistych itp. Zagadnienie o dwóch zmiennych x_1, x_2 , może być przedstawione w postaci chromosomowej, jak pokazano na rys. 27:



Rys. 26. Schemat blokowy podstawowego algorytmu genetycznego



Rys. 27. Zasada budowy struktury chromosomów

gdzie x_1 jest kodowany w ciąg 10 bitowy, a x_2 w 15 bitowy, co odzwierciedla poziom dokładności i zakres wartości tych zmiennych decyzyjnych. Ciągi kodowe nie zawierają informacji o problemie, który jest rozwiązywany. Proces przeszukiwania dokonuje się na zakodowanych zmiennych decyzyjnych, a nie na zmiennych decyzyjnych bezpośrednio.

Dekodowanie chromosomów do przestrzeni parametrów zadania. Aby algorytmy genetyczne mogły poprawnie pracować, konieczne jest dekodowanie genotypów (chromosomów) do fenotypów, czyli do przestrzeni parametrów zadania. W AG można stosować różne metody kodowania. Preferowane jest użycie kodu Graya, ponieważ ma on stałą wartość odległości w sensie Hamminga pomiędzy dwoma kolejnymi wartościami.

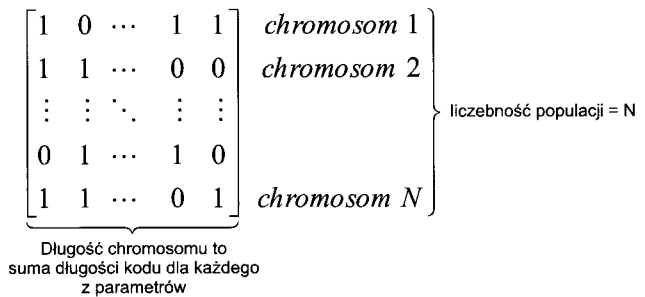
Każdy parametr zadania w algorytmie genetycznym ma zakres zmienności $[a, b]$. Należy oczywiście zdekodowaną wartość binarną przekształcać do danego zakresu. Można to zrobić wg wzoru:

$$x = a + y \frac{b-a}{2^m - 1}$$

gdzie:

- x – wartość parametru,
- a, b – zakres zmienności parametru,
- y – zdekodowana wartość binarna,
- m – długość ciągu binarnego,

Funkcja celu. Mając zdekodowaną reprezentację chromosomu, możliwe jest ocenienie dopasowania poszczególnych członków populacji. Zadanie to spełnia funkcja celu, która



Rys. 28. Budowa populacji osobników dla algorytmu genetycznego

charakteryzuje dostosowanie osobnika w przestrzeni problemu. W rzeczywistym świecie może to być zdolność przeżycia w obecnym środowisku. Dlatego funkcja celu ustala podstawę selekcji osobników, które będą w puli rodzicielskiej podczas reprodukcji. Funkcja celu polega na oszacowaniu przydatności danego osobnika. Im większa wartość funkcji celu, tym dany osobnik jest lepszy, lepiej przystosowany, przez co ma większe szanse przetrwania. Zakłada się, że funkcja celu musi być nieujemna. Jeżeli taka nie jest, stosuje się odpowiednie przekształcenia.

Warunek zakończenia algorytmu genetycznego. Warunek zakończenia pracy AG zależy od konkretnego zadania optymalizacyjnego. Algorytm może zakończyć pracę, gdy funkcja celu (przystosowania) osiągnie wartość maksymalną (pod warunkiem, że wartość ta jest znana). Innym sposobem jest liczenie odchyłki funkcji celu w populacji. Jeżeli jest ona mała, algorytm kończy działanie. Algorytm może skończyć działanie np. po określonym czasie pracy, czyli po założonej liczbie iteracji (pokoleń).

Selekcja. Polega na wybraniu, na podstawie wartości funkcji celu (przystosowania), tych chromosomów, które będą brały udział w tworzeniu nowego pokolenia. Wybór ten odbywa się zgodnie z zasadą naturalnej selekcji, tzn. najbardziej przystosowany ma największą szansę na udział w tworzeniu nowej populacji. Istnieje wiele metod selekcji. Najbardziej popularną jest metoda koła ruletki. Każdemu osobnikowi przydziela się wycinek koła ruletki o wielkości proporcjonalnej do wartości funkcji przystosowania danego osobnika, zatem im większa wartość funkcji przystosowania, tym większy wycinek koła ruletki odpowiada osobnikowi. Całe koło ruletki odpowiada sumie wartości funkcji przystosowania wszystkich osobników w populacji. Stąd określa się obszar koła ruletki przyznanego chromosomowi (rysunek 29):

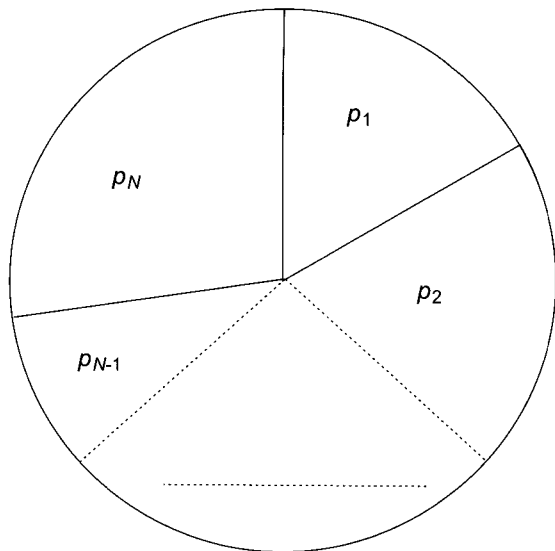
$$v_i = p_i \cdot 100\%$$

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i}$$

gdzie:

- v_i – wielkość wycinka koła przyznanego i osobnikowi w %
- p_i – prawdopodobieństwo selekcji

Selekcja osobników polega na obracaniu kołem ruletki. Wyznaczony zostaje osobnik, na którym zatrzymało się koło ruletki. Ruletka jest wprawiana w ruch tak długo, aż zapewnio-

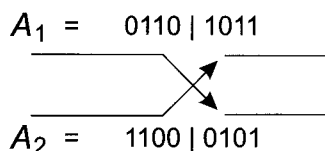


Rys. 29. Przykładowe koło ruletki z przydzielonymi osobnikom populacji obszarami

na zostanie pula rodzicielska (zazwyczaj równa liczebności populacji). Gdyby w algorytmie genetycznym stosować tylko ten operator, tzn. bez operatorów krzyżowania i mutacji, wynikiem działania AG byłaby zbieżność wyselekcjonowanego osobnika z najbardziej przystosowanym osobnikiem wygenerowanym w populacji początkowej.

Operatory krzyżowania i mutacji. Stosowane do zróżnicowania populacji rodziców, powodują że w każdej generacji pojawiają się nowe osobniki, różne od osobników wylusowanych do populacji początkowej. W algorytmach genetycznych najważniejszą rolę odgrywają operatory selekcji i krzyżowania, natomiast operator mutacji ma drugorzędne znaczenie.

Pierwszym etapem krzyżowania jest losowy wybór dwóch osobników rodzicielskich. Następnie losowo wybiera się punkt krzyżowania l_k . Punkt ten jest z przedziału $[1, L-1]$, gdzie L jest długością chromosomu. Kolejny etap krzyżowania to wymiana materiału genetycznego pomiędzy chromosomami. Pobiera się l_k genów z pierwszego chromosomu i łączy się je z $L-l_k$ genów z drugiego chromosomu. Następnie postępuje się podobnie z drugim osobnikiem. Dla przykładu można pokazać krzyżowanie dwóch osobników (rys. 30).



Rys. 30. Przykład krzyżowania jednopunktowego

Jeżeli, wybierając losowo jedną z liczb od 1 do 7, otrzymamy $l_k = 4$, to odpowiednia operacja krzyżowania da dwa nowe ciągi wchodzące w skład nowego pokolenia: $A_1' = 01100101$, $A_2' = 11001011$.

W ten sposób powstają osobniki o nowym, zróżnicowanym materiale genetycznym, ale mające geny swoich rodziców, które zostały wybrane w procesie selekcji do puli rodzicielskiej (najbardziej przystosowane). Operacji krzyżowania dokonuje się aż do utworzenia puli potomków.

Operator mutacji jest rzadko stosowany, ale jest on trzecim, w kolejności, z najważniejszych operatorów genetycznych. Sprawdza czy dany osobnik w populacji ulega mutacji. Prawdopodobieństwo mutacji jest bardzo małe i zazwyczaj wynosi $1/N$, gdzie N jest liczebnością populacji. Wynika stąd, że średnio jeden osobnik w populacji ulega mutacji. Jeżeli jakiś osobnik ulega mutacji, losuje się gen podlegający temu procesowi. Następnie zamienia się dany gen na przeciwny, tzn. 0 zamieniane jest na 1, a 1 na 0.

Po tych trzech operatorach genetycznych, tj. selekcji, krzyżowaniu i mutacji, otrzymuje się populację potomną, która jest, biorąc średnią wartość funkcji celu, lepiej przystosowana od swoich rodziców.

Istnieje wiele modyfikacji budowy algorytmu genetycznego, sposobów kodowania osobników, jak również samych operatorów genetycznych. Algorytmy genetyczne są wydajnym narzędziem optymalizacyjnym, które należy stosować do zagadnień o wielkim obszarze poszukiwań, w razie braku metod analitycznych rozwiązujących problem, czy też braku możliwości zapisu równań matematycznych postawionego zadania. Warunki te spełnia zadanie projektowania złożonych układów filtrów pasywnych.

3.1. Algorytmy genetyczne w projektowaniu filtru podwójnie nastrojonego – metoda 1

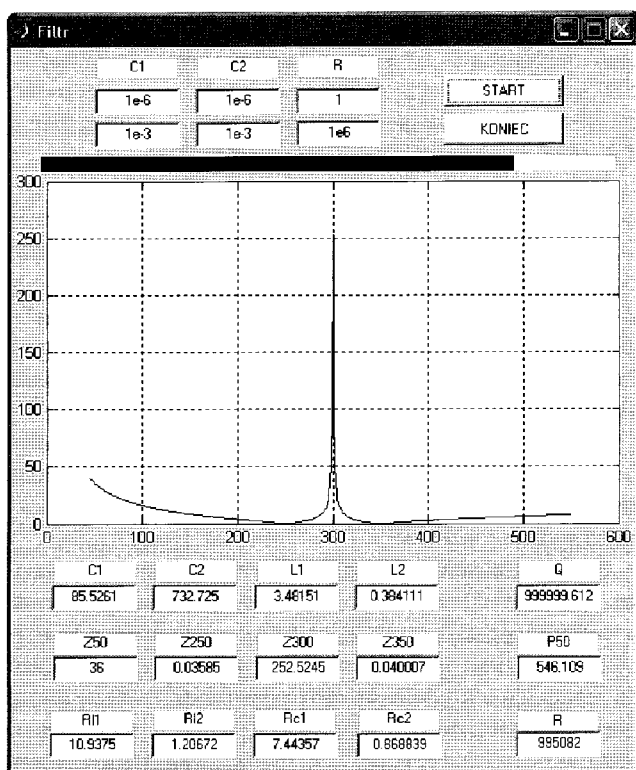
Można w różny sposób podejść do zagadnienia. Jedną z metod zastosowania AG jest poszukiwanie takich wartości elementów składowych filtru, które będą gwarantowały uzyskanie pożądanego kształtu jego impedancyjnej charakterystyki częstotliwościowej, czyli funkcja celu powinna uwzględnić trzy warunki:

- impedancje filtru dla 5 i 7 harmonicznej mają być minimalne
- impedancja dla 6 harmonicznej ma być dużo większa od minimalizowanych
- moc bierna filtru dla harmonicznej podstawowej powinna być równa Q_F .

W MATLAB-ie został napisany program z interfejsem graficznym dokonujący optymalizacji. Na rysunku 31 przedstawiono środowisko graficzne programu, w którym podaje się zakres zmienności parametrów wejściowych.

W tabeli 3 zestawiono wyniki optymalizacji parametrów filtru podwójnie nastrojonego dla wszystkich układów z rysunku 17 oraz dla klasycznego filtru podwójnie nastrojonego (dane, jak w przykładzie 1).

Jak widać, parametry filtrów dla różnych układów są bardzo zbliżone do siebie. Algorytm genetyczny dążył do wyeliminowania dodatkowych rezystancji, tzn. maksymalizował rezystancje równoległe, a minimalizował rezystancje szeregowe, poprzez co upodabniał układy do układu podstawowego bez dodatkowych rezystancji. Dodanie rezystancji dodatkowych powoduje pogorszenie się właściwości filtracyjnych, czyli jest to niekorzystne. Z drugiej jednak strony, zainstalowanie dodatkowych rezystancji może okazać się konieczne, ze względu na napięcia i prądy w układzie, jak również w celu zmniejszenia czułości układu na zmiany wartości elementów filtru (np. w efekcie procesu starzenia się elementów).



Rys. 31. Okienko programu napisanego w Matlabie do optymalizacji parametrów filtra podwójnie nastrojonego z rysunku 17d.

Podczas projektowania filtra podwójnie nastrojonego, algorytm genetyczny uwzględnił rezystancje dławików i kondensatorów, które wraz z rezystancjami dodatkowymi są przyczyną powstania start mocy czynnej w filtrze.

3. 2. Algorytmy genetyczne w projektowaniu filtra podwójnie nastrojonego — metoda 2

Inną metodą podejścia do projektowania filtrów podwójnie nastrojonych za pomocą AG jest zamodelowanie rozpatrywanego systemu energetycznego. Zadaniem jest zaprojektować filtr podwójnie nastrojony dla układu, jak na rysunku 32; dane systemu, jak w przykładzie 2.

W modelu symulinkowym dodano bloki służące do pomiaru przesunięcia fazowego pierwszej harmonicznej oraz dwa bloki do pomiaru 5 i 7 harmonicznej.

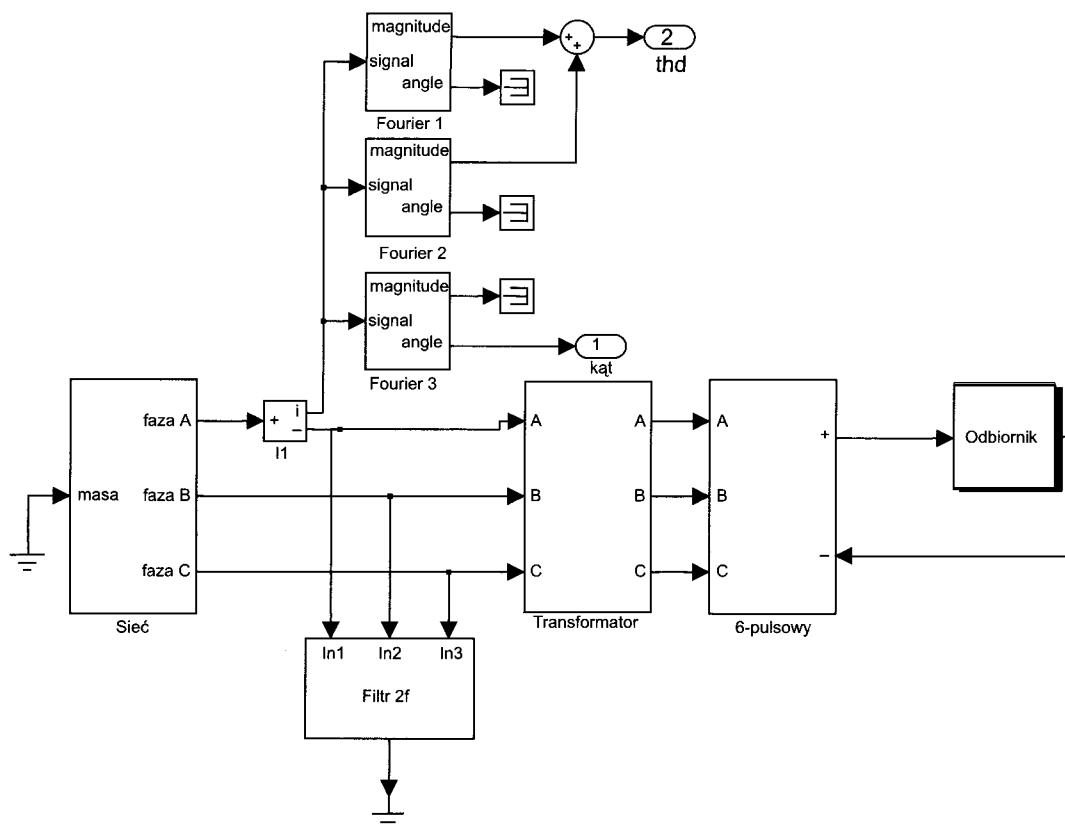
Celem optymalizacji jest:

- zminimalizować wybrane harmoniczne prądu w sieci zasilającej (minimalizacja współczynnika $W_{5,7}$),
- minimalizacja kąta przesunięcia fazowego pierwszej harmonicznej prądu i napięcia (kompensacja mocy biernej).

Minimalizowane będą: suma amplitud 5. i 7. harmonicznej oraz kąt fazy pomiędzy prądem a napięciem pierwszej harmonicznej. Układ bez filtra charakteryzuje się współczynnikiem zawartości harmonicznych THD = 27,19%, oraz wartością przesunięcia fazowego pierwszych harmonicznych prądu i napięcia w sieci $\varphi_{(1)} = 10,9^\circ$.

Tabela 3. Podstawowe parametry filtrów z rys. 17, projektowanych algorytmem genetycznym — metoda 1

parametr	Konfiguracja filtra (rysunek 17)						
	a	b	c	d	e	f	g
C_1 [μF]	85,5259	85,5258	85,5261	85,5261	85,5261	85,5261	85,5258
C_2 [μF]	732,218	732,734	732,717	732,711	732,711	732,715	731,896
L_1 [mH]	3,48152	3,48139	3,48151	3,48151	3,48151	3,48151	3,48153
L_2 [mH]	0,384377	0,384106	0,384115	0,384118	0,384118	0,384116	0,384546
R_{l1} [m Ω]	10,9375	10,9371	10,9375	10,9375	10,9375	10,9375	10,9375
R_{l2} [m Ω]	1,20756	1,20671	1,20673	1,20674	1,20674	1,20674	1,20809
R_{c1} [m Ω]	7,4436	7,4436	7,44358	7,44357	7,44357	7,44357	7,4436
R_{c2} [m Ω]	0,86944	0,868828	0,868848	0,868856	0,868855	0,86885	0,69823
Z_{50} [Ω]	36	36	36	36	36	36	36
Z_{250} [m Ω]	35,82	35,8	35,828	35,854	35,794	35,85	35,863
Z_{300} [Ω]	252,7626	252,5854	252,5272	252,4658	252,5931	252,5281	252,8746
Z_{350} [m Ω]	40	40	40,043	40,013	40	40,007	40
Q_F [MVA r]	1	1	1	1	1	1	1
P_{50} [W]	546,094	546,055	546,101	546,11	546,68	546,109	546,11
R_1 [M Ω]	-	1	1	1	-	1	-
R_2 [M Ω]	1	-	1	1	0	-	-



Rys. 32. Schemat symulacyjny układu, dla którego zaprojektowano filtry podwójnie nastrojone

Tabela 4. Podstawowe parametry filtrów z rys. 17 projektowanych za pomocą algorytmu genetycznego – metoda 2

parametr	Rysunek 17						
	a	b	c	d	e	f	g
C_1 [μF]	85,23	85,3	85,22	85,43	85,287	85,37	85,528
C_2 [μF]	730,12	730,717	730,12	730,12	730,605	731,32	732,65
L_1 [mH]	3,49	3,49	3,49	3,49	3,49	3,49	3,48
L_2 [mH]	0,3855	0,3852	0,3855	0,3855	0,385	0,385	0,384
R_{l1} [m Ω]	10,97	10,97	10,97	10,97	10,97	10,96	10,93
R_{l2} [m Ω]	1,21	1,21	1,21	1,21	1,21	1,21	1,21
R_{c1} [m Ω]	7,47	7,46	7,47	7,46	7,46	7,46	7,44
R_{c2} [m Ω]	0,872	0,871	0,872	0,872	0,871	0,871	0,869
Z_{50} [Ω]	36,125	36,095	36,125	36,04	36,1	36,07	36
Z_{250} [m Ω]	35,9	35,9	35,95	36,21	35,9	35,91	36,1
Z_{300} [Ω]	253,426	253,283	253,43	253,36	253,2	253,01	250,24
Z_{350} [m Ω]	40,1	40,1	40,2	40,46	40,1	40,1	40,4
Q_F [MVA r]	0,996	0,997	0,997	0,999	0,997	0,998	1
P_{50} [W]	544,18	544,66	544,21	545,59	544,54	545,12	545,91
R_1 [M Ω]	-	1	1	1	-	1	-
R_2 [M Ω]	1	-	1	1	~0	-	-

W środowisku MATLAB/SIMULINK opracowano program algorytmu genetycznego, który wykorzystywał model systemu energetycznego (rys. 32) do oceny jakości rozwiązań reprezentowanych przez poszczególne osobniki populacji. Algorytm genetyczny, dzięki swoim właściwościom, znalazł parametry filtrów podwójnie nastrojonych. Dla każdego układu filtru podwójnie nastrojonego z rysunku 17, AG dokonywał osobnej optymalizacji. Otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 4.

We wszystkich przypadkach współczynnik zawartości harmonicznego prądu THD był zbliżony i wynosił 12,5%, a ką przesunięcia dla podstawowej harmonicznej przyjmował wartość $\varphi_{(1)} = 1^\circ$

4. WNIOSKI

Jak widać z tabeli 4 wyniki są bardzo podobne. Różnice wynikają raczej z wybranej metody optymalizacyjnej (AG) niż z samych układów. W tym przypadku, tak samo jak w metodzie I, algorytm genetyczny dążył do wyeliminowania dodatkowych rezystancji, czego można było się spodziewać. Można zmodyfikować funkcję celu algorytmów genetycznych tak, aby dodatkowymi kryteriami optymalizacyjnymi były prądy i napięcia na elementach filtrów. Można je dodać jako ograniczenia, aby napięcie i prądy nie przekroczyły zadanych wartości.

W obu przypadkach optymalizacji, algorytm genetyczny dobrał parametry filtru tak, aby spełniony był warunek kompensacji mocy biernej.

LITERATURA

1. Arrillaga J., Bradley D.A., Bodger P.S.: *Power system harmonics*. John Wiley & Sons, 1985.
2. Chi-Jui Wu, Jung-Chen Chiang i in.: *Investigation and mitigation of harmonic amplification caused by single-tuned filters*. IEEE Trans. Power Delivery 1998, 13, 3.
3. Goldberg D.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*. WNT 1995.
4. Hanzelka Z., Klempka R.: *Filtry wyższych harmonicznych – wybrane zagadnienia*. Napęd i Sterowanie 2000, 3, 9.
5. Klempka R., Hanzelka Z.: *Application of genetic algorithm in double tuned filters design*. EPE 2001.

6. Klempka R., Hanzelka Z.: *Filtr pasywny podwójnie nastrojony, zaprojektowany algorytmem genetycznym*. SENE'01, Łódź 2001.
7. Klempka R., Hanzelka Z.: *Filtering properties of the selected double tuned passive filter structures designed using genetic algorithm*. EPE PEMC 2002, Dubrovnik.
8. Harder J.E.: *AC filter arrester application*. IEEE Trans. Power Delivery 1996, 11, 3.
9. Medora N.K., Kusko A.: *Computer-aided design and analysis of power-harmonic filters*. IEEE Trans. IA 2000, 36, 2, 2000.
10. Xiao Yao: *Algorithm for the parameters of double tuned filter*. 8th Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power, Oct. 14–16, 1998, Athens.
11. Zhezhelenko.: *Wyższe harmoniczne w systemach zasilania przemysłowego*. Energoatomizdat 2000.

DODATEK

- Populacja** – zbiór osobników o określonej liczebności.
- Osobnik** – zakodowany w postaci chromosomu zbiór parametrów zadania, czyli rozwiązania, nazywane też punktami w przestrzeni poszukiwania.
- Chromosom** – (inaczej łańcuchy lub ciągi kodowe) – uporządkowane ciągi genów.
- Genotyp** – zespół chromosomów danego osobnika. Zazwyczaj przyjmuje się, że osobnik ma jeden chromosom. W bardziej zaawansowanych implementacjach genotyp może zawierać kilka chromosomów, jednak w większości zastosowań jest równoważny chromosomowi.
- Fenotyp** – zestaw wartości odpowiadających danemu genotypowi, czyli zdekodowany zbiór parametrów zadania.



Dr inż. Ryszard Klempka

Urodzony w 1970 roku. Ukończył studia w roku 1995 na Akademii Górniczo-Hutniczej, Wydział Elektrotechniki, Automatyki Informatyki i Elektroniki na kierunku Elektrotechnika. Otrzymał stopień doktora w 1999 roku na AGH. Od 1998 zatrudniony na tejże uczelni najpierw na stanowisku asystenta, potem na stanowisku adiunkta. Interesuje się Algorytmami Genetycznymi i jakością energii elektrycznej.