

ODWZOROWANIE JULII I POINCARÉGO W PROGNOZOWANIU KROKOWYM ROCZNEGO ZUŻYCIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ

The Julia and Poincaré Projection in the Step Forecasting of the Annual Electric Energy Consumption

Irena DOBRZAŃSKA
Politechnika Częstochowska

Streszczenie: Przedmiotem rozważań są dwa modele prognozowania krokowego oparte na teorii chaosu zdeterminowanego: model wg odwzorowania Julii i model wg odwzorowania Poincarégo z krzyżowaniem heurystycznym. Przedstawiono przykłady aplikacyjne dla gospodarek krajowych i systemów lokalnych.

Summary: The paper analyses two models of the step forecasting which are based on the determined chaos theory: first—the model according to Julia’s projection, and second—the model according to Poincaré’s with heuristic crossing. Some application examples for national economies and local systems have been also presented.

Słowa kluczowe: prognozowanie krokowe, modele oparte na teorii chaosu zdeterminowanego, roczne zużycie energii elektrycznej
Keywords: step forecasting, models based on the determined chaos theory, annual electric energy consumption

1. WPROWADZENIE

Produkt krajowy brutto, lub roczny wskaźnik jego wzrostu, stanowi od dawna zmienną objaśniającą w modelach prognostycznych globalnego zużycia energii elektrycznej [3]. Wobec wahań koniunktury, jakich doświadczają gospodarki krajów uprzemysłowionych od przełomu XX i XXI w., *PKB* ma w tych modelach większe znaczenie jako scenariusz niż jako dana z historii procesu zapotrzebowania na energię.

Do niedawna drugą, równie ważną, zmienną była liczba ludności, zwłaszcza że prognozy demograficzne znamionowała duża dokładność. W ostatnich dwudziestu latach liczba ludności w Europie zmniejsza się bardzo wolno i praktycznie wielkość ta nie ma istotnego wpływu na zużycie energii.

W ten sposób dla prognoz zużycia energii na obszarach administracyjnych mniejszych od obszarów państw, na których terenie leżą, jedyną wiarygodną i łatwo dostępną zmienną objaśniającą staje się historia procesu tego zużycia. Różnicę, jaką w prognozowaniu krokowym na rok następny powoduje zastąpienie zmiennej objaśniającej *PKB_n* zużyciem energii w poprzednim roku *A_{n-1}*, ilustruje tabela 1. Podaje ona ilość informacji, zawartych w tych zmiennych, o rocznym zużyciu energii w roku *n*-tym.

Tabela 1. Liczba informacji zawartych w zmiennych objaśniających roczne zużycie energii elektrycznej

Kraj	$I[A_n / A_{n-1}]$	$I[A_n / PKB_n]$
Austria	0,1268	0,2146
Francja	0,1702	0,2667
Hiszpania	0,1662	0,2336
Polska	0,1885	0,2903
Portugalia	0,1686	0,2794
Włochy	0,1601	0,3289

Źródło: opracowanie własne

Skutki tego zastępstwa uwidacznia tabela 2, która zawiera średnie błędy prognoz krokowych według prostych modeli opartych na wymiarze fraktalnym (por. Dodatek). Jak widać, zastąpienie zmiennej *PKB_n* zużyciem energii *A_{n-1}* powoduje spadek dokładności prognozy. Przyczyną tego spadku jest przenoszenie przez model prognostyczny skoków wartości

Tabela 2. Średni błąd prognozy rocznego zużycia energii w okresie 1970÷1999 wg modeli opartych na wymiarze fraktalnym [3]

Kraj	$\delta[A_n = f(A_{n-1})]$ %	$\delta[A_n = f(PKB_n)]$ %
Austria	1,9224	1,6530
Francja	2,6106	2,3726
Hiszpania	2,3288	1,8103
Polska	3,0247	2,5174
Portugalia	2,2441	2,3628
Włochy	2,0782	1,1128

Źródło: opracowanie własne

zużycia energii w roku $n-1$ na rok następny, co przeważnie nie ma miejsca, lub ma w niewielkim stopniu, gdy wejściem do modelu jest wartość PKB_n .

W procedurach prognozowania krokowego, dla których podstawą jest historia procesu – tej wady nie można w pełni usunąć.

W artykule przedstawiono dwa modele prognozy krokowej zużycia energii elektrycznej opartej na teorii chaosu zdeteterminowanego. Dla obu punktem wyjścia jest zużycie energii w roku poprzednim.

2. MODEL WG ODWZOROWANIA JULII

Do tzw. zbioru Julii należy odwzorowanie [2]:

$$\hat{z}_{n+1} = \hat{z}_n^2 + \hat{c} \quad (1)$$

określone na płaszczyźnie zespolonej, z zespolonym parametrem c :

$$\hat{c} = c + i.u \quad (2)$$

gdzie:

c, u — stałe.

Wg Schustera, jeżeli $u = 0$, odwzorowanie to staje się odwzorowaniem logistycznym:

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n), \quad r > 0 \quad (3)$$

W nowych zmiennych:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{z}{r} \quad (3a)$$

$$c = \frac{2r - r^4}{4} \quad (3b)$$

Zakres zmienności x jest ograniczony do przedziału $[0, 1]$. Ze względu na to ograniczenie, odwzorowanie logistyczne jest wykorzystywane wyłącznie w heurystycznym prognozowaniu długoterminowym [3]. Współtowarzyszy wtedy innym modelom, ponieważ jest wyjątkowo kapryśne:

- gdy $r > 2,5$ proces przebiega z bifurkacjami,
- gdy $r > 4$ staje się chaotyczny.

Przy założeniu, że $u = 0$, w miejsce (1) mamy:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (4)$$

Aby spełnić ograniczenie ze względu na zakres zmienności x w odwzorowaniu logistycznym, wystarczy aby c i z były większe od $-0,28$.

Przyjmując, że wskaźnik wzrostu zużycia energii elektrycznej w skali roku nie spada poniżej 0,72, można potraktować (4) jako zapis zmiany przyrostu względnego zużycia energii:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n^2 + c_n \quad (5)$$

$$c_n = \alpha_n - \alpha_{n-1}^2 \quad (5a)$$

przy czym:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{A_{i-1}} - 1 \quad (6)$$

lub:

$$\alpha_i = \left(\frac{A_i}{A_{n-2}} \right)^{\frac{1}{i-n+2}} \quad (6a)$$

A_i – jest wielkością badaną.

Wyrażenie (5) stanowi model prognozy krokowej wg odwzorowania Julii, gdy $c = \text{const}$. Można go również użyć do heurystycznego prognozowania wieloletniego na sumach k -letnich. Do sporządzenia prognoz alternatywnych względem (5) można użyć formuły:

$$(1 + \alpha_{n+1}) = (1 + \alpha_n)^2 + d_n \quad (7)$$

$$d_n = (1 + \alpha_n) - (1 + \alpha_{n-1})^2 \quad (7a)$$

nie ma ona jednak formalnie nic wspólnego z odwzorowaniem Julii.

3. MODEL WG ODWZOROWANIA POINCARÉGO

W teorii chaosu zdeteterminowanego odwzorowanie Poincarégo (1983) służy do badania jednego z rodzajów intermitencji, czyli przejścia sygnału ze stanu laminarnego do stanu chaosu [2]:

$$x_{n+1} = x_n + \varepsilon + ux_n^2 \quad (8)$$

gdy $u = 1$, sygnał laminarny wzrasta monotonicznie. Niech x będzie przyrostem względnym badanej funkcji losowej zużycia energii elektrycznej. Wtedy ostatni człon prawej strony równania (8) można potraktować jako poprawkę korygującą prognozę pierwotną:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \varepsilon \quad (9)$$

którą zrobimy korzystając z formuły krzyżowania heurystycznego [3]:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + r(\alpha_n - \alpha_{n-1}) \quad (10)$$

Poprawkę korygującą należy tak określić aby pomniejszyła α_{n+1} gdy α_n jest zbyt duże i powiększyła α_{n+1} gdy α_n jest ujemne — a zatem, by osłabiła przenoszenie skoków wartości badanej funkcji losowej z chwili n na chwilę $n+1$; do (10) należy więc dodać człon:

$$u\alpha_n ABS\alpha_n, \quad u < 0 \quad (11)$$

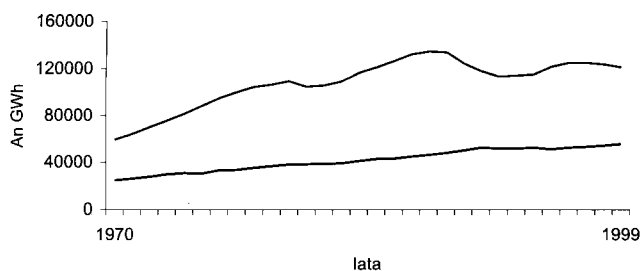
Ostatecznie otrzymamy model:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + r(\alpha_n - \alpha_{n-1}) + u\alpha_n ABS\alpha_n \quad (12)$$

r przyjmuje wartości z przedziału $[0,1]$ i jest wyznaczane w każdym kroku z relacji:

$$r = \frac{\alpha_n - \alpha_{n-1}}{\alpha_{n-1} - \alpha_{n-2}} \quad (13)$$

u należy tak dobrać, aby zwiększyć dokładność prognozy wg modelu (12) w stosunku do prognozy pierwotnej (10) lub — aby większość błędów prognozy wg modelu (12) była przeciwnego znaku niż większość błędów prognozy pierwotnej.



Rys. 1. Roczne zużycie energii elektrycznej w Austrii i Polsce w latach 1970–1995. Źródło: opracowanie własne na podstawie danych ARE o elektroenergetyce światowej.

4. PRZYKŁADY APLIKACYJNE

4.1. Gospodarki krajowe

Przykładowe prognozy sporządzono dla pięciu kontynentalnych państw Europy Zachodniej i Polski. Wszystkie rozważane państwa Europy Zachodniej przechodziły osłabienie koniunktury gospodarczej w roku 1975, 1993 i 1995.

Najbardziej harmonijny przebieg zużycia energii elektrycznej w latach 1970÷1999 cechował Austrię (rys. 1).

4.1.2. Model wg odwzorowania Julii

Wyniki prognozy krokowej wg odwzorowania Julii zestawiono w tabeli 3. Dla każdego kraju wykonano dwie prognozy — pierwotną i alternatywną.

Prognoza pierwotna jest średnią z dwu prognoz: pierwszą sporządzono szacując roczny przyrost względny zużycia energii elektrycznej wg (5) i definiując go wg (6a); w drugiej — przyrosty względne α_i określono ze średniej geometrycznej wskaźnika wzrostu $(1 + \alpha_i)$, dla którego wartością odniesienia było zużycie energii elektrycznej w 1970 r. Takie postępowanie tłumilo nieco wahania α_i .

Tabela 3. Średnie błędy prognozy rocznego zużycia energii elektrycznej. Model wg odwzorowania Julii [%]

Kraj	Lata 1970–1999			Lata 1990–1999		
	Prognozy			Prognozy		
	Pierwotna	Alternatywna	Średnia	Pierwotna	Alternatywna	Średnia
		$k = 3$			$k = 3$	
Austria	1,7915	1,8048	1,7515	1,583	1,6420	1,5950
Francja	2,5281	2,2156	2,2930	2,7780	2,3700	2,5770
Hiszpania	2,2407	2,0849	2,0252	2,1810	2,0670	2,1240
Polska	2,6552	2,6885	2,4311	3,3790	3,3660	3,3383
Portugalia	2,1648	2,6785	2,2667	1,7400	1,5640	1,4890
Włochy	2,0670	1,7907	1,8726	1,6220	1,2820	1,4370

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Polska. Prognoza krokowa. Model wg odwzorowania Julii. Lata 90.

Rok	Zużycie energii elektrycznej	Błędy prognozy pierwotnej	Błędy prognozy na sumach dwuletnich, $k = 2$
	[GWh]	[%]	[%]
1990	124 710	10,40	6,32
1991	118 120	5,58	3,84
1992	113 610	2,39	1,56
1993	114 530	-1,62	0,06
1994	115 370	-0,11	0,30
1995	121 880	-3,65	-3,69
1996	125 326	0,26	-2,12
1997	125 536	3,33	1,25
1998	123 998	3,39	-0,20
1999	121 598	3,06	0,78

Źródło: opracowanie własne

Tabela 5. Średnie błędy prognozy krokowej rocznego zużycia energii elektrycznej. Model krzyżowania heurystycznego i odwzorowania Poincarégo [%]

Kraj	u	Lata 1970–1999			Lata 1990–1999		
		Prognozy			Prognozy		
		Pierwotna	Alternatywna	Średnia	Pierwotna	Alternatywna	Średnia
Austria	-10	1,9285	1,8077	1,7533	1,7040	1,7240	1,6930
Francja	-10	2,5705	2,4077	2,1133	2,9440	2,3250	2,2980
Hiszpania	-10	2,2912	2,6158	1,9223	2,2790	2,2820	2,1350
Polska	-10	2,7358	3,0501	2,5077	3,4230	3,0750	3,2520
Portugalia	-5	2,2200	2,6325	2,2115	1,8540	1,6820	1,5300
Włochy	-10	2,0096	1,6992	1,7646	1,6150	1,2740	1,3463

Źródło: opracowanie własne

Prognozę alternatywną sporządzono analogicznie, wprowadzając współczynnik spowolnienia k do mianownika potęgi w wyrażeniach na α_i :

$$\alpha_i = \left(\frac{A_i}{A_{n-2}} \right)^{\frac{1}{i+k-n+2}} - 1 \quad (14)$$

Rezultaty wprowadzenia prognozy alternatywnej są dobrze widoczne w drugiej części tabeli 3, w której zestawiono wyniki prognoz dla lat dziewięćdziesiątych XX w. Średnie błędy prognoz dla Francji i Portugalii obniżyły się o 14%, a Włoch o ok. 23%.

Przykład Austrii wskazuje, że jeżeli proces zużycia energii przebiega harmonijnie, średni błąd prognozy alternatywnej praktycznie nie różni się od błędu prognozy pierwotnej.

W tabeli 4 przedstawiono rezultaty zabiegu mającego na celu zwiększenie dokładności prognozy w przypadku płaskich i falistych przebiegów wielkości badanej. Błąd prognozy dla Polski w latach 90. wyniósł ok. 3,4% (tabela 3); żeby go zmniejszyć, przeprowadzono prognozę na sumach 2 – letnich, korzystając z (5) dla prognozy pierwotnej i z (7) dla prognozy alternatywnej, oraz wprowadzając do obu procedur $k = 2$. Czwartą część sumy obu prognoz była szukanym wynikiem. Uzyskano średni błąd rzędu 2,012% co stanowi 60% błędu prognozy dla Polski z tabeli 3.

4.3.1. Model wg odwzorowania Poincarégo.

Prognozą pierwotną wykonano wg formuły (10) – alternatywną wg (12). Prognozą ostateczną jest średnia obu prognoz (tabela 5). Model ten ma tę przewagę nad modelem wg odwzorowania Julii że, zwalnia prognozującego od wyboru między alternatywami prognoz.

Tabela 6. Wskaźniki wzrostu rocznego zużycia energii elektrycznej i błędy prognozy krokowej sporządzonej za pomocą modelu wg odwzorowania Julii. Obszar byłego województwa chełmskiego, 3866 km², lata 1975–1992

Rok	Odbiory bytowo-komunalne		Przemysł	
	$1 + \alpha_n$	$\delta, \%$	$1 + \alpha_n$	$\delta, \%$
1975	--			
1976	0,957	–	1,026	–
1977	1,081	–	1,021	–
1978	1,161	-12,55	0,989	3,53
1979	1,130	-4,36	0,928	8,55
1980	1,073	1,97	1,006	-3,11
1981	1,169	-7,92	0,794	23,24
1982	1,039	4,68	1,196	3,12
1983	0,899	19,67	1,086	-9,24
1984	1,182	0,13	1,031	-2,41
1985	1,067	-1,54	0,978	-5,15
1986	1,098	-3,76	1,015	-1,31
1987	1,076	-1,13	1,047	-4,58
1988	1,019	4,49	1,000	1,84
1989	0,968	8,06	1,002	1,09
1990	1,011	0,69	0,755	32,89
1991	1,059	-4,17	0,873	7,26
1992	0,943	9,92	0,925	-4,50

Źródło: opracowanie własne

4.2. Systemy lokalne

W tabeli 6 przedstawiono wskaźniki wzrostu zużycia energii elektrycznej w latach 1975–1992 przez odbiory bytowo-komunalne oraz przemysłowe na obszarze najmniejszego polskiego województwa, jakie istniało w ostatnich 25 latach ub. wieku. Jego powierzchnia wynosiła nieco powyżej 1% powierzchni kraju, a zużycie energii elektrycznej w obu grupach odbiorów kształtowało się na poziomie ok. 0,6% analogicznego zużycia w Polsce. Wahania, jakim podlegały wskaźniki wzrostu zużycia energii w ciągu tych siedemnastu lat, sprawiają, że obiekt ten stanowi dobry przykład tego, czego należy się spodziewać współcześnie przystępując do prognozy zużycia energii elektrycznej w systemach lokalnych.

Błędy prognozy dalece odbiegają od wymagań, jakie zwyczajowo stawiamy prognozom krokowym opracowanym dla wielkich systemów elektroenergetycznych.

Najlepsze (podane w tabeli 6) rezultaty uzyskano stosując procedurę prognozy pierwotnej wg odwzorowania Julii.

LITERATURA

1. Praca zbiorowa: *Analiza i prognoza obciążeń elektroenergetycznych*. WNT, Warszawa 1971.
2. Schuster H. G.: *Deterministic chaos. An introduction*. Physik Verlag, Weinheim 1984.
3. Praca zbiorowa pod red. Ireny Dobrzańskiej: *Prognozowanie w elektroenergetyce. Zagadnienia wybrane*. Wyd. Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2002.
4. Dobrzańska I.: *Entropowe kryterium doboru zmiennych objaśniających na wymiarze fraktalnym*. Częstochowa, wrzesień 2002. Mat. VI Konf. Nauk. "Prognozowanie w elektroenergetyce", PE 2002.

Dodatek

A. Ilość informacji zawarta w zmiennej losowej X o zmiennej losowej Y [4]:

$$I(X/Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (D1)$$

gdzie:

$H(X), H(Y)$ — entropia zmiennych X, Y

$$H(X) = -\sum_{i=1}^l p_i(X) \log p_i(X), \quad i=1,2,\dots,l \quad (D2)$$

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^l p_j(Y) \log p_j(Y), \quad j=1,2,\dots,l \quad (D3)$$

$H(Y, X)$ — entropia łączna

$$H(Y, X) = -E(\log p_{ij}) \quad (D4)$$

B. Najprostsze modele prognozy krokowej oparte na wymiarze fraktalnym (procedura ciągła) [3].

Procesy samopodobne:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n \frac{\sum Y_n Y_{n-1}}{\sum Y_{n-1}^2} \quad (D5)$$

Procesy wzajemnie podobne:

$$\hat{Y}_{n+1} = X_{n+1} \frac{\sum Y_n X_n}{\sum X_n^2} \quad (D6)$$



**Prof. zw. dr hab. inż.
Irena-Maria Dobrzańska**

Ukończyła Wydział Elektryczny Politechniki Śląskiej w Gliwicach w r. 1956. Doktoryzowała się w r. 1963 na Wydz. Elektrycznym Pol. Gdańskiej, habilitowała się w r. 1970 na Wydz. Elektrycznym Pol. Śląskiej. Od 1978 r. jest profesorem na Wydz. Elektrycznym Pol. Częstochowskiej. Specjalizuje się w zakresie gospodarki energetycznej i prognozowania

w systemach elektroenergetycznych.

Adres do korespondencji:

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Częstochowskiej

Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa

e-mail: ide@el.pcz.czest.pl