Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej

Tom VI Zeszyt 1 Rok 2000

ANALIZA PRACY STEROWNIKA MOCY OKRESOWO DYSKRYMINUJĄCEGO AMPLITUDĘ

The Periodical Amplitude Discriminator Working Analysis

Stanisław KRUPA, Stanisław MITKOWSKI, Lesław TURKIEWICZ
Akademia Górniczo-Hutnicza

Marcin JARACZEWSKI
Politechnika Krakowska

Streszczenie: **Praca zawiera analizę obwodu złożonego ze źródła napięcia sinusoidalnego ($\omega = 2\pi/T$), sterownika dyskryminującego okresowo amplitudę napięcia (z parametrami n i N), oraz dwójnika *RLC*. Analizie harmonicznej poddany został przebieg napięcia — badano wpływ parametrów n i N na jego wartość skuteczną, współczynnik szczytu i kształtu. Wyznaczono ustalone przebiegi prądów i napięć dwójnika pasywnego, natężenie prądu źródła, dokonano poprawy współczynnika mocy sterownika. Zdefiniowano i analizowano obwody trójfazowego sterownika mocy.**

Summary: **A network consisting of sinusoidal voltage source ($\omega = 2\pi/T$), periodical amplitude discriminator (described by using n, N parameters) and *RLC* elements was analysed.**
The resulting voltage signal was harmonically analysed. The influence of n and N parameters on voltage RMS value, shape and peak factor was studied.
The steady state response of a current and voltage signal of a passive two-terminal network was computed.
The procedure was aimed at correcting controller's power coefficient. The three-phase power controller system was defined and analysed.

1. NAPIĘCIE ODBIORNIKA

Sterownik precyzyjnej regulacji mocy, zasilany napięciem sinusoidalnym o pulsacji ω i amplitudzie E_m, $e = E_m \sin \omega t$, okresowo dyskryminuje amplitudę z parametrami n oraz N (rys. 1).

Napięcie na wyjściu sterownika $u = E_m \sin \omega t\{1(t) - 1(t - nT)\}$, będące funkcją okresową o pulsacji $\Omega = \omega/N$, można przedstawić w postaci zespolonego szeregu Fouriera:

$$u = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \underline{U}_k e^{jk\Omega t} \tag{1.1}$$

Oznaczono tu;

T — okres dyskryminowanej funkcji sinusoidalnej

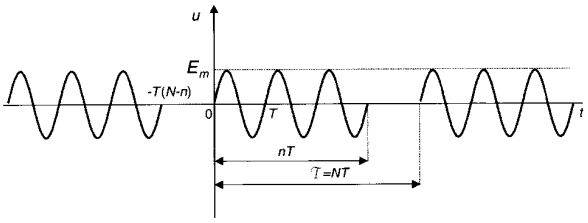
k — rząd harmonicznej $k \in \mathcal{N}$ (0, 1, 2, 3,...)

$\mathcal{T}$ — okres rozważanej funkcji; $\mathcal{T} = NT$

Parametry $n = 1, 2, .. N-1 \in \mathcal{N}$

$N \in \mathcal{N}$

Amplituda k-tej harmonicznej wynosi:



Rys. 1. Napięcie wyjścia sterownika, dyskryminowane z parametrami n oraz N

$$\underline{U}_k = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}} u\, e^{-jk\Omega t}\, dt$$

$$\underline{U}_k = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{n\mathcal{T}} E_m \sin \omega t\, e^{-jk\Omega t}\, dt \qquad (1.2)$$

$$\underline{U}_k = \frac{E_m}{4\pi} \left\{ \frac{1 - e^{j(N-k)\Omega nT}}{N-k} - \frac{e^{-j(N+k)\Omega nT}}{N+k} \right\}$$

i dalej po przekształceniach:

$$\underline{U}_k = j \frac{E_m}{\pi} \frac{N}{N^2 - k^2} \sin \frac{kn\pi}{N}\, e^{-j\frac{kn\pi}{N}}$$

$$\underline{U}_k = -j \frac{E_m}{\pi} \frac{N}{N^2 - k^2} \sin \frac{kn\pi}{N}\, e^{j\frac{kn\pi}{N}}$$

Ostatecznie szereg Fouriera przyjmuje postać:

$$u = j \frac{E_m}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \left\{ \frac{N}{N^2 - k^2} \sin \frac{kn\pi}{N}\, e^{-j\frac{kn\pi}{N}} \right\} e^{jk\Omega t} \qquad (1.3)$$

lub

$$u = j \frac{E_m}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \left\{ \frac{N}{N^2 - k^2} \sin \frac{kn\pi}{N}\, e^{-j\frac{kn\pi}{N}} \right\} e^{j\frac{k}{N}\omega t}$$

Amplitudy harmonicznych rzędu k, spełniające równanie $k = p\frac{N}{n}$, gdzie $p \in \mathcal{N}$, są równe zeru. W szczególności równe są zeru amplitudy wyższych harmonicznych, będących wielokrotnościami pulsacji ω.

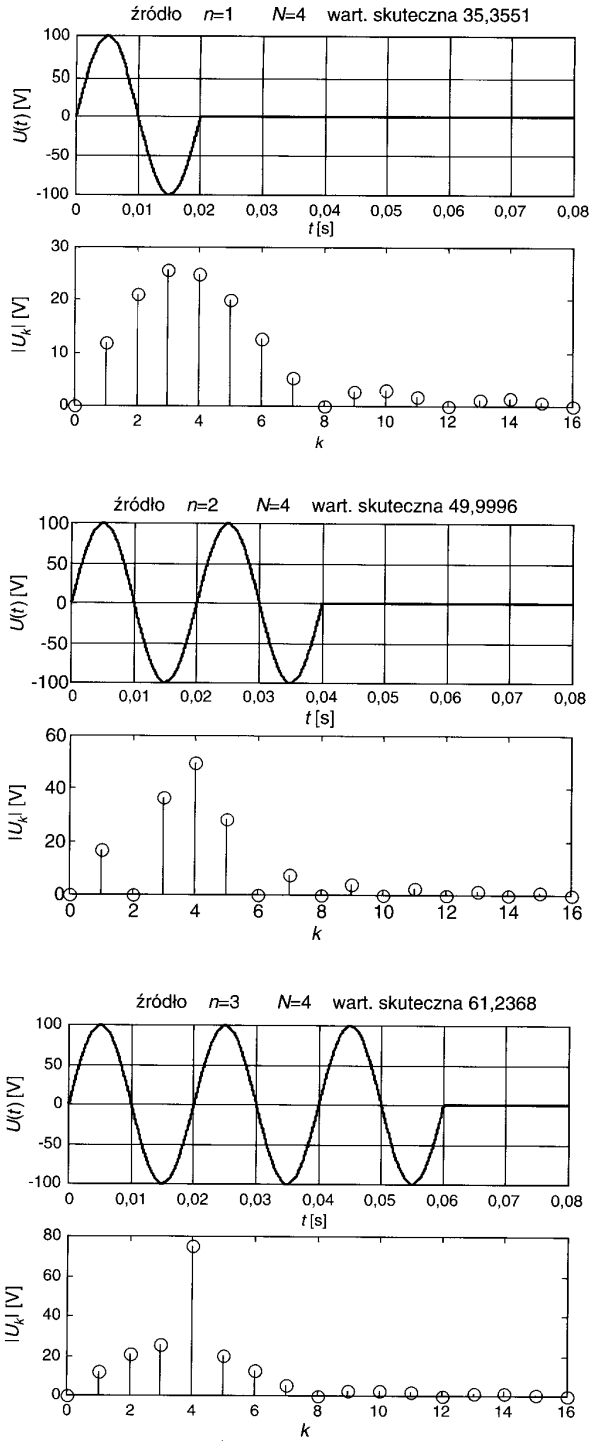
Widma amplitudowe i fazowe dla przyjętych wartości: $N = 4$, n: 1, 2, 3, przedstawia rysunek 2.

1.1. Wielkości charakteryzujące napięcie *u*

Wartość skuteczna napięcia podanego we wzorze (1.3) wynosi:

$$U = \sqrt{\frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{nT} E_m^2 \sin^2 \omega t\, dt} = E_m \sqrt{\frac{n}{2N}}$$

Wartość średnia modułu napięcia wynosi:



Rys. 2. Widma amplitudowe napięć wyjścia sterownika dla wartości $N = 4$, n: 1, 2, 3.

$$U_{śr} = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{nT} E_m\, |\sin \omega t|\, dt = E_m \frac{2n}{\pi N}$$

Współczynnik szczytu:

$$k_e = \frac{E_m}{U} = \sqrt{\frac{2N}{n}}$$

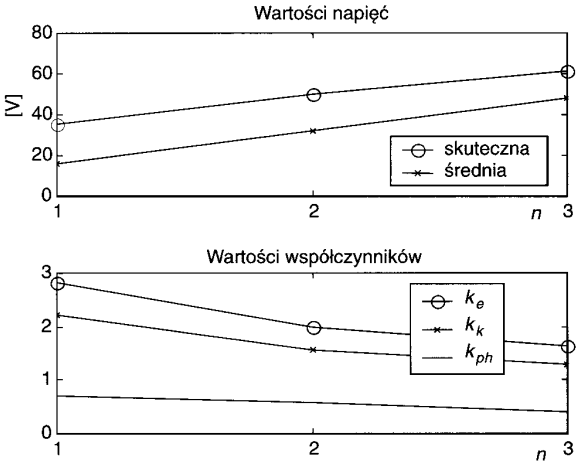
Współczynnik kształtu:

$$k_k = \frac{U}{U_{śr}} = \pi\sqrt{\frac{N}{8n}}$$

Współczynnik zawartości podharmonicznych:

$$k_{ph} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N-1} U_k^2}{U^2}}$$

Rysunek 3 ilustruje te wielkości dla parametrów: $N = 4$, n: 1, 2, 3.



Rys. 3. Wartość skuteczna, wartość średnia modułu napięcia, współczynniki: szczytu, kształtu, zawartości podharmonicznych dla wartości $N = 4$, n: 1, 2, 3.

1.2. Obwody wielofazowe

Niesymetryczny m-fazowy układ napięć ($m = 1, 2, 3, ..i, .. m$) można rozłożyć na m układów składowych symetrycznych, w których $u_i(t) = u_{i+1}(t + q\frac{T}{m})$. Wówczas:

$$|\arg u_i - \arg u_{i+1}| = \alpha_m = q\Omega\frac{T}{m} = q\frac{2\pi}{m}$$

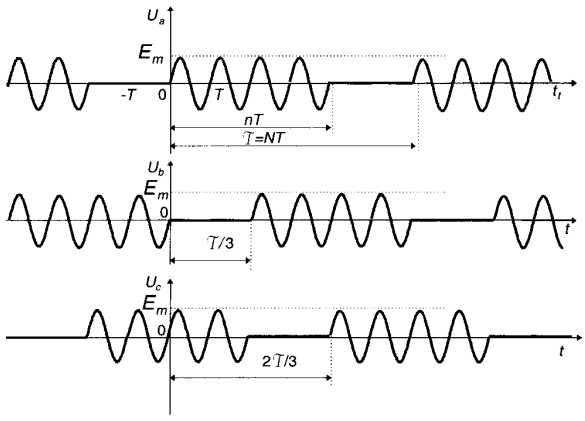
gdzie ($q = [0, 1, 2, 3, ..i, ..m-1]$), a wskaźnik $q = 0$ oznacza układ napięć o kolejności następstw zerowej, $q = 1$ układ o kolejności zgodnej, $q = m - 1$ układ o kolejności przeciwnej. Pozostałe wartości wskaźnika q wyznaczają układy symetryczne napięć, charakterystyczne dla danego układu wielofazowego.

Napięcie wyrażone równaniem (1.3) przyjęto za podstawę do budowy m-fazowego, symetrycznego układu napięć. Aby sterownik realizował układ napięć $u_i(t) = u_{i+1}(t + \frac{T}{m})$, parametr N musi wynosić $N = s\,m + 1$, gdzie $s \in \mathcal{N}$.

Wzór na napięcie fazy i-tej ma postać:

$$u_i = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\,e^{j\left[k\Omega t-(i-1)k\frac{2\pi}{m}\right]} \tag{1.4}$$

Z powyższego wzoru można wywnioskować, że harmoniczna $k = 1$ tworzy układ m-fazowy symetryczny o kolejności zgodnej, harmoniczna $k = m - 1$ układ o kolejności przeciwnej, harmoniczna rzędu $k = m$ układ o kolejności zerowej. Jeśli $p \in \mathcal{N}$, to harmoniczne rzędu $k = pm$ tworzą układy symetryczne o kolejności następstw zerowej, $k = pm + 1$ układy o kolejności zgodnej, $k = pm + 1$ układy o kolejności przeciwnej.



Rys. 4. Napięcia fazowe trójfazowego, symetrycznego układu napięć, dyskryminowane z parametrami n oraz N.

Pozostałe harmoniczne tworzą układy symetryczne charakterystyczne dla danego układu m-fazowego.

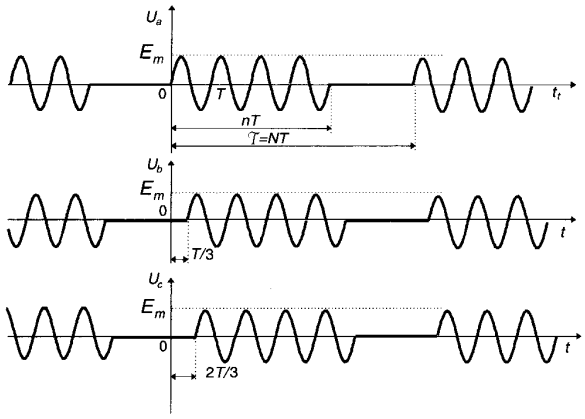
1.2.1. Trójfazowy układ napięć o zgodnym następstwie

Rozważany będzie trójfazowy, symetryczny układ napięć spełniający zależności:

$$u_b(t) = u_a(t - \frac{T}{3}); \quad u_c(t) = u_a(t + \frac{T}{3})$$

przy czym napięcie fazy „a" wyrażone jest wzorem (1.3), a parametr N przyjmuje wartości $N = 3s + 1$, $s \in \mathcal{N}$, (rys. 4):

$$u_a = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega t}$$



Rys. 5. Napięcia fazowe, trójfazowego układu napięć typu II

$$u_b = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega\left(t-\frac{\mathcal{T}}{3}\right)}$$

$$u_c = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega\left(t+\frac{\mathcal{T}}{3}\right)} \tag{1.5}$$

Harmoniczne tego samego rzędu, będące składnikami napięć fazowych podanego układu trójfazowego, tworzą odpowiednio:

$k = 3p$ układ o kolejności następstw zerowej
$k = 3p + 1$ układ o kolejności zgodnej
$k = 3p - 1$ układ o kolejności przeciwnej

1.2.2. Trójfazowy układ napięć typu II

Napięcia fazowe układu typu II (rys. 5) zostają zdefiniowane następująco:

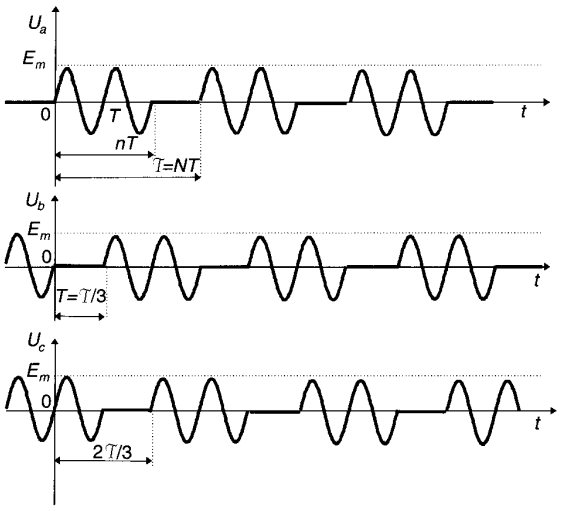
$$u_b(t) = u_a(t-\frac{T}{3}),\quad u_c(t) = u_a(t+\frac{T}{3})$$

Przyjmując, że napięcie fazy „a" wyraża związek (1.3), wzór na tego typu układ trójfazowy napięć będzie miał postać:

$$u_a = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega t}$$

$$u_b = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega\left(t-\frac{T}{3}\right)}$$

$$u_c = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega\left(t+\frac{T}{3}\right)}$$



Rys. 6. Napięcia fazowe, trójfazowego układu napięć typu III

Harmoniczne tego samego rzędu k, występujące w napięciach fazowych omawianego układu trójfazowego, tworzą odpowiednio dla $p \in N$

$k = 3\,Np$ układy o kolejności zerowej
$k = N\,(3p + 1)$ układy o kolejności zgodnej
$k = N\,(3p + 2)$ układy o kolejności przeciwnej

Pozostałe harmoniczne tworzą układy trójfazowe niesymetryczne, charakterystyczne dla zbiorów wartości n, p, N.

1.2.3. Trójfazowy układ napięć typu III

Napięcia fazowe układu tego typu tworzone są z napięcia źródła jednofazowego poprzez stosowny wybór parametru N (rys. 6).

Przyjmując, że napięcie fazy „a" wyraża związek (1.3), napięciom fazowym układu trójfazowego narzucono postać:

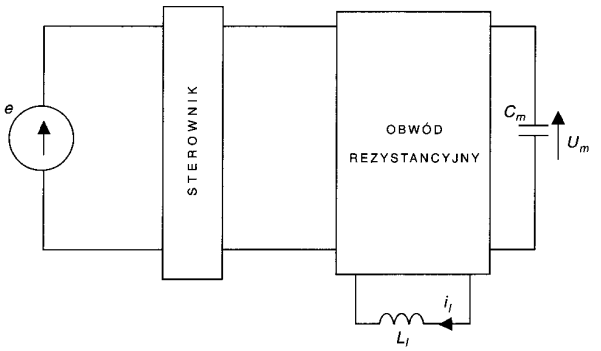
$$u_a = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega t}$$

$$u_b = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega(t-sT)}$$

$$u_c = j\frac{E_m}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\left\{\frac{N}{N^2-k^2}\sin\frac{kn\pi}{N}\,e^{-j\frac{kn\pi}{N}}\right\}e^{jk\Omega(t+sT)}$$

Realizacja napięć tego układu trójfazowego jest możliwa dla parametru $N = 3s$, ($s \in \mathcal{N}$). Harmoniczne tego samego rzędu k, występujące w napięciach fazowych omawianego układu trójfazowego, tworzą odpowiednio dla $p \in \mathcal{N}$

$k = pN$ układy o kolejności następstw zerowej
$k = \dfrac{N(3p+1)}{s}$ układy o kolejności zgodnej



Rys. 7. Obwód sterownika badany w stanie ustalonym

$k = \dfrac{N(3p-1)}{s}$ układy o kolejności następstw przeciwnej.

2. STAN USTALONY OBWODU Z WYMUSZENIEM OKRESOWYM

Ustalony wektor stanu

Poddany zostanie analizie liniowy obwód elektryczny, zawierający źródło napięcia sinusoidalnie zmiennego o pulsacji Ω i amplitudzie E_m, sterownik dyskryminujący amplitudę napięcia zasilającego o parametrach n i N oraz pasywny dwójnik RLC (rys. 7).

Przedstawiony obwód opisany jest równaniem stanu:

$$[x'] = [A]\,[x] + [f] \tag{2.1}$$

gdzie:

$$[x] = \begin{bmatrix} [i_L] \\ [u_C] \end{bmatrix}; \quad [f] = [B]e; \quad [B] = \begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$[i_L] = \begin{bmatrix} i_1 \\ \cdot \\ i_{m_i} \end{bmatrix}; \; [u_C] = \begin{bmatrix} u_{m_{l+1}} \\ \cdot \\ u_m \end{bmatrix};$$

Napięcie e jest funkcją okresową z okresem $\mathcal{T} = NT$,

$$e(t) = e\,(t + \mathcal{T})$$

Transformata Laplace'a równania 2.1 ma postać:

$$[X(s)] = (s[1] - [A])^{-1}\,([F(s)] + [x(0)]) \tag{2.2}$$

$$[F(s)] = [B]\,E(s)$$

Oznaczając:

$$[Q(s)] = (s\,[1] - [A])^{-1}$$

otrzymuje się:

$$[X(s)] = [Q(s)]\,[F(s)] + [Q(s)]\,[x(0)] \tag{2.3}$$

Celem prowadzonych rozważań jest uzyskanie składowej ustalonej zmiennych stanu (która nie zależy od warunków początkowych, przyjętych jako zerowe).
Rozwiązanie w dziedzinie czasu ($0 \le t \le \infty$) przy zerowych warunkach początkowych ma postać:

$$[x] = L^{-1}\{[X(s)]\} = L^{-1}\{[Q(s)]\,[F(s)]\} = [x_u] + [x_p] \tag{2.4}$$

i jest sumą składowej ustalonej i przejściowej zmiennych stanu.

Napięcie e można zapisać w postaci:

$$e = E_m\,\{\sin\omega t\;1(t) - \sin\omega\,(t - nT)\;1(t - nT) +$$

$$+ \sin\omega(t - \mathcal{T})\,1\,(t - \mathcal{T}) - \sin\omega(t - \mathcal{T} - nT)\,1(t - \mathcal{T} - nT) + \ldots\}$$

przy czym wzór funkcji za okres $\mathcal{T}$ ma postać:

$$e_{\mathcal{T}} = E_m\,\{\sin\omega t\,[1(t) - \sin\omega\,(t - nT)\;1(t - nT)]\} \tag{2.5}$$

Transformata Laplace'a funkcji za okres:

$$E_{\mathcal{T}}(s) = \frac{E_m\omega\left(1 - e^{-nTs}\right)}{s^2 + \omega^2} \tag{2.6}$$

a transformata funkcji okresowej o okresie $\mathcal{T}$:

$$E(s) = \frac{E_m\omega\left(1 - e^{-nTs}\right)}{(s^2 + \omega^2)(1 - e^{-\mathcal{T}s})} \tag{2.7}$$

Rozwiązanie równania 2.1 prowadzi do pełnego rozwiązania na wymuszenie okresowe e, zawierającego składową ustaloną i przejściową:

$$[x] = L^{-1}\{[X(s)]\} = L^{-1}\frac{E_m\omega\left(1 - e^{-nTs}\right)}{(s^2 + \omega^2)(1 - e^{-\mathcal{T}s})}\,\{[Q(s)]\,[B]\} =$$

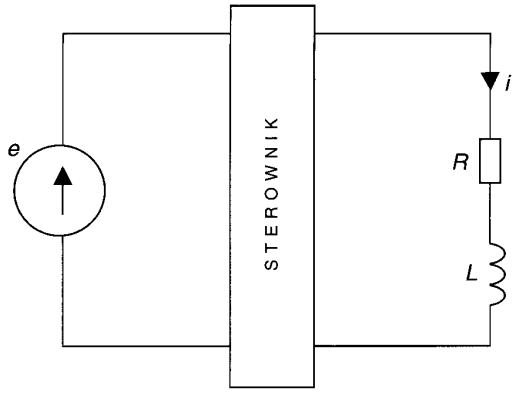
$$= [x_u] + [x_p] \tag{2.8}$$

Pełna odpowiedź w pierwszym okresie trwania zjawiska ($0 \le t \le \mathcal{T}$) dana jest w postaci:

$$[x_T] = L^{-1}\{\frac{E_m\omega\left(1 - e^{-nTs}\right)}{(s^2 + \omega^2)}\,[Q(s)]\,[B]\} = [x_{\mathcal{T}u}] + [x_{\mathcal{T}p}] \tag{2.9}$$

Składową ustaloną wektora stanu, określoną dla ($0 \le t \le \mathcal{T}$) można wyznaczyć [3, 4]:

$$[x_{\mathcal{T}u}] = [x_{\mathcal{T}}] - [x_p] \tag{2.10}$$



Rys. 8. Sterownik w stanie ustalonym, obciążony dwójnikiem *RL*

gdzie $[x_p]$ — składowa przejściowa wektora stanu:

$$[x_p] = \sum_{\mu} \mathrm{res}_{s=s\mu} \{E(s)\,[Q(s)]\,[B]\,e^{st}\} \qquad (2.11)$$

gdzie: s_μ — bieguny elementów wektora:

$$[D(s)] = [Q(s)]\,[B]$$

Ostatecznie:

$$[x_{\mathcal{T}u}] = L^{-1}\{\frac{E_m\omega\left(1-e^{-nTs}\right)}{(s^2+\omega^2)}\,[D(s)]\} +$$

$$-\sum_{\mu} \mathrm{res}_{s=s\mu}\,\{\frac{E_m\omega\left(1-e^{-nTs}\right)}{(s^2+\omega^2)(1-e^{-\mathcal{T}s})}\,[D(s)]\,e^{st}\} \qquad (2.12)$$

Ustalony wektor stanu w przedziale czasu $0 \le t \le \infty$ można zapisać w postaci nieskończonej sumy składników.

Przykład

Poniżej rozważony zostanie przypadek obciążenia sterownika dwójnikiem *RL* (rys. 8), który opisuje równanie:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{u}{L}$$

Równanie operatorowe ma postać:

$$I(s) = \frac{1}{s+\frac{R}{L}}\frac{U(s)}{L}$$

Zgodnie z 2.6 i 2.7:

$$U_{\mathcal{T}}(s) = \frac{E_m\,\omega(1-e^{-nTs})}{s^2+\omega^2}$$

$$U(s) = \frac{E_m\,\omega(1-e^{-nTs})}{(s^2+\omega^2)(1-e^{-\mathcal{T}s})}$$

A w myśl 2.9 i 2.11:

$$i_{\mathcal{T}} = L^{-1}\{\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\frac{E_m\,\omega(1-e^{-nTs})}{L(s^2+\omega^2)}\}$$

$$i_p = \mathrm{res}_{s=-\frac{R}{L}}\{\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\frac{E_m\,\omega(1-e^{-nTs})}{L(s^2+\omega^2)(1-e^{-\mathcal{T}s})}e^{st}\}$$

Wyznaczono: $i_{\mathcal{T}} = \frac{E_m}{Z}\,[\sin(\omega t-\varphi) + \sin\varphi\; e^{-\frac{R}{L}t}]\,1(t) +$

$-\frac{E_m}{Z}\,\{\sin(\omega\,[t-nT]-\varphi) + \sin\varphi\; e^{-\frac{R}{L}(t-nT)}\}\,1(t-nT)$

oraz:

$$i_p = \frac{E_m}{Z}\sin\varphi\frac{e^{-\frac{R}{L}TN} - e^{-\frac{R}{L}T(N-n)}}{e^{-\frac{R}{L}TN}-1}e^{-\frac{R}{L}t}\,1(t)$$

gdzie: $Z = \sqrt{R^2+\omega^2L^2}$; $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\omega L}{R}$

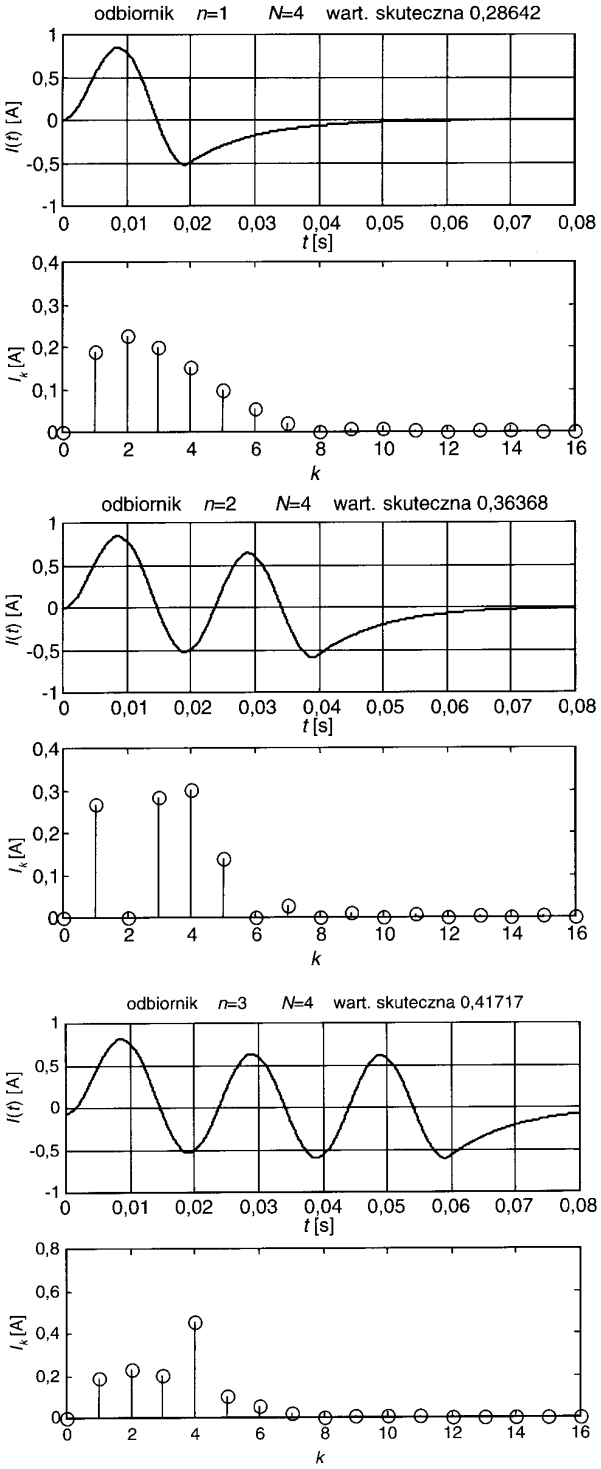
Ustalone natężenie prądu dwójnika *RL* w czasie jednego okresu wynosi więc:

$$i_u = \frac{E_m}{Z}\{[\sin(\omega t-\varphi) + \sin\varphi\frac{e^{-\frac{R}{L}T(N-n)}-1}{e^{-\frac{R}{L}TN}-1}e^{-\frac{R}{L}t}]1(t) -$$

$$-[\sin(\omega t-\varphi) + \sin\varphi\, e^{-\frac{R}{L}(t-nT)}]1(t-nT)\}$$

lub w postaci odrębnych przepisów dla dwu przedziałów czasu: $0 \le t \le nT$

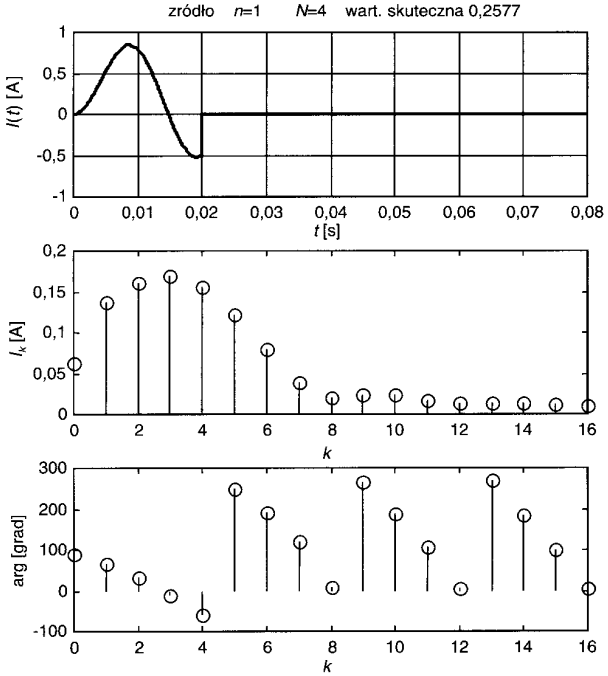
$$i_u = \frac{E_m}{Z}[\sin(\omega t-\varphi) + \frac{e^{-\frac{R}{L}T(N-n)}-1}{e^{-\frac{R}{L}TN}-1}e^{-\frac{R}{L}t}]$$



Rys. 9. Prądy odbiornika RL, oraz ich widma amplitudowe dla wartości $N = 4$, n: 1, 2, 3

$$nT \le t \le NT = \mathcal{T}$$

$$i_u = -\frac{E_m}{Z}\sin\varphi \frac{e^{-\frac{R}{L}T(N-n)} - 1}{e^{-\frac{R}{L}TN} - 1} e^{-\frac{R}{L}t}$$



Rys. 10. Prąd źródła napięcia zasilającego sterownik, jego widmo amplitudowe i fazowe dla wartości $N = 4$, $n = 1$

Rysunek 9 przedstawia przebiegi prądu ustalonego dla wybranych trzech par parametrów ($n = 1, 2, 3$ i $N = 4$) oraz ich widma amplitudowe.

Wykorzystana w tym rozdziale metoda analizy stanu ustalonego przy wymuszeniu okresowym jest alternatywna w stosunku do podejścia bazującego na rozkładzie w szereg Fouriera. Odpowiedź obwodu, otrzymaną w zamkniętej postaci, rozwija się w szereg Fouriera w celu wyodrębnienia podharmonicznych. Zamieszczony przykład stanowi jedynie prostą ilustrację metody. Rezultaty końcowe poddają się łatwo weryfikacji jakościowej. Udział składowej przejściowej, zawartość podharmonicznych w pełni potwierdzają przeświadczenia intuicyjne.

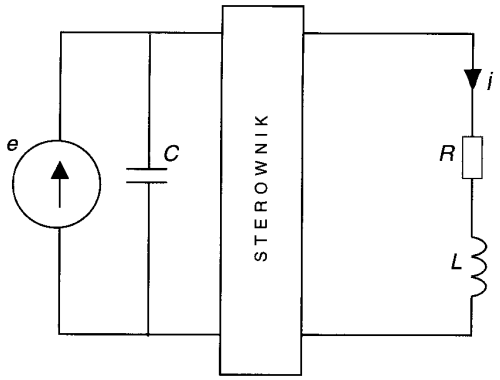
3. NAPIĘCIE, PRĄD ŹRÓDŁA I ODBIORNIKA

Prąd źródła jest różny od zera tylko w przedziale $0 \le t \le nT$ i jest wtedy równy prądowi odbiornika:

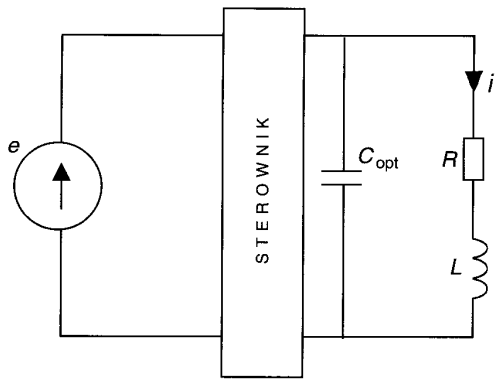
$$i_u = \frac{E_m}{Z}\left[\sin(\omega t - \varphi) + \frac{e^{-\frac{R}{L}T(N-n)} - 1}{e^{-\frac{R}{L}TN} - 1} e^{-\frac{R}{L}t}\right]$$

gdzie: $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$; $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}$

Prąd źródła dla wartości parametrów odbiornika $R = 50\Omega$, $L = 0{,}2\text{H}$ oraz $n = 1$, $N = 4$ przedstawia rysunek 10.



Rys. 11. Kompensacja składowej biernej harmonicznej o pulsacji źródła napięcia



Rys. 12. Pojemnościowa kompensacja „optymalna"

W prądzie źródła występuje zerowa harmoniczna oraz pewne harmoniczne wyższego rzędu, których odpowiedników brak w widmach amplitudowych napięć, rozważany sterownik z zacisków źródła napięcia stanowi wiec obiekt niestacjonarny.

Prąd źródła może być przedstawiony jako suma czterech składowych ortogonalnych [4]:

$$i_{źr} = i_a + i_s + i_r + i_g$$

Dla przypadku $n = 1$ $N = 4$ wartości skuteczne tych prądów wynoszą:

$I_a = 0{,}082$ A $\quad I_r = 0{,}133$ A $\quad I_s = 0 \quad I_g = 0{,}204$ A

i spełniają równanie:

$$I_{źr}^2 = I_a^2 + I_s^2 + I_r^2 + I_g^2$$

$$I_{źr} = 0{,}2577 \text{ A}$$

Współczynnik zawartości podharmonicznych:

$$k_{ph} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N-1} I_k^2}{I_{źr}^2}}$$

dla tego przypadku wynosi $k_{ph} = 0{,}55$.

Moc czynną źródła określają: napięcie źródłowe oraz jedyna harmoniczna prądu o pulsacji równej pulsacji napięcia:

$$P = EI_{k=N} \cos \varphi_k$$

Moc pozorna źródła wynosi:

$$S = E\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}$$

Współczynnik mocy:

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

3.1. Minimalizacja wartości skutecznej prądu źródła napięcia

Zmniejszenie wartości skutecznej prądu źródła może nastąpić poprzez dołączenie, równolegle do zacisków wejściowych, sterownika pojemności C (rys. 11), kompensującej składową bierną prądu harmonicznej o pulsacji równej pulsacji źródła napięcia ($k = N$):

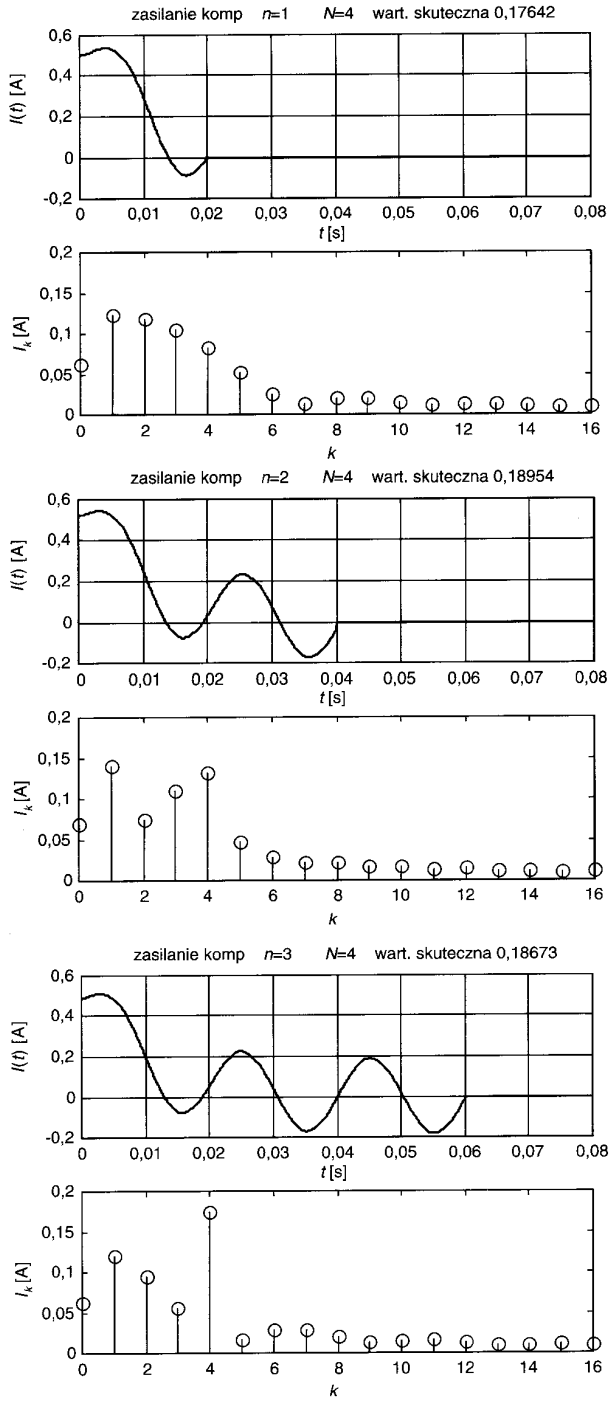
$$C = \frac{I_{k=N} \sin \varphi_{k=N}}{\omega E_m}$$

Przypadek tego rodzaju kompensacji uznano za oczywisty.

Sterownik obciążony jest dwójnikiem liniowym *RL*, na którego zaciskach wyznaczono prąd i napięcie w formie zamkniętej oraz w postaci widm amplitudowych i fazowych. Przypadek ten odpowiada idei optymalnej kompensacji pojemnościowej W. Shepherda i P. Zakikhaniego [4, 8]. Równolegle połączona z odbiornikiem pojemność kompensująca C_{opt} (rys. 12), przy której współczynnik mocy źródła jest największy, wyrażona jest w postaci:

$$C_{opt} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} kU_k I_k \sin \varphi_k}{\Omega \sum_{k=1}^{\infty} k^2 U_k^2}$$

Obliczono C_{opt} dla trzech wcześniej ustalonych stanów pracy sterownika, ograniczając się do piętnastu harmonicznych. Uzyskano następujące wyniki:



Rys. 13. Prądy źródła napięcia oraz ich widma amplitudowe, po dokonaniu optymalnej kompensacji pojemnościowej dla wartości $N = 4$, n: 1, 2, 3

$N = 4, n = 1,$ $C_{opt} = 16\,\mu F$
$N = 4, n = 2,$ $C_{opt} = 17\,\mu F$
$N = 4, n = 3,$ $C_{opt} = 18\,\mu F$

Wyznaczonych wartości pojemności użyto do obliczeń prądu wyjściowego sterownika w przedziale $0 \le t \le nT$, a tym samym prądu źródła. Otrzymane wyniki ilustrują podane na rysunku 13 przebiegi prądu źródłowego oraz ich widma amplitudowe.

Tabela 1.

		Brak kompensacji	Kompensacja typu C	Kompensacja typu C_{opt}
$n=1, N=4$	$I_{źr}$	0,257	0,24	0,176
	λ	0,225	0,242	0,33
$n=2, N=4$	$I_{źr}$	0,334	0,272	0,189
	λ	0,279	0,343	0,49
$n=3, N=4$	$I_{źr}$	0,392	0,25	0,187
	λ	0,31	0,49	0,659

Prąd źródła po kompensacji może być przedstawiony jako suma czterech składowych ortogonalnych.

Dla przypadku $n = 1$, $N = 4$ ich wartości skuteczne wynoszą:

$$I_a = 0{,}082\ \text{A},\ I_r = 0\ \text{A},\ I_s = 0,\ I_g = 0{,}149\ \text{A oraz}\ I_{źr} = 0{,}176$$

Porównując wyniki stosowanych metod minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła, należy stwierdzić, że stosowanie elementu C_{opt} powoduje nie tylko kompensację harmonicznej prądu rzędu $k = N$, lecz zmniejszenie wartości skutecznej składowej I_g, co nie jest możliwe przez dołączenie dwójnika SLS do zacisków wejściowych sterownika.
Współczynnik zawartości podharmonicznych dla układu po kompensacji C_{opt} wynosi $k_{ph} = 0{,}63$.
Wskutek wyraźnego zmniejszenia wartości skutecznej prądu źródłowego nastąpiło zmniejszenie mocy pozornej źródła i wzrost współczynnika mocy.

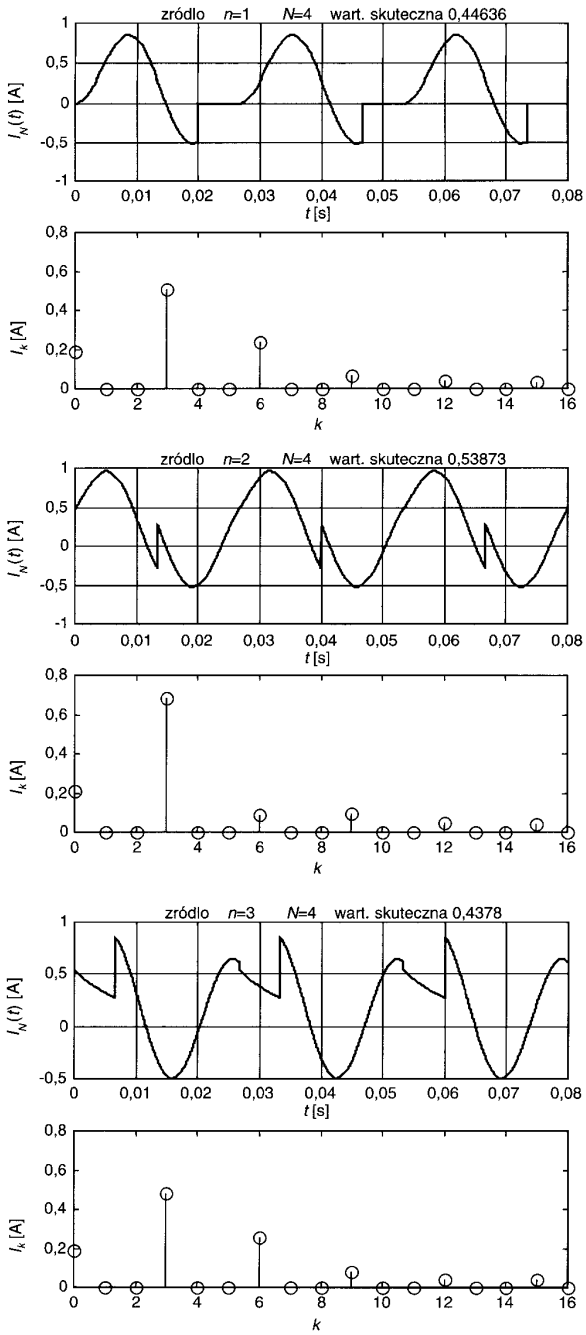
Każdorazowo, a szczególnie dla przypadku $n = 1$, $N = 4$, sprawdzano wyniki obliczeń dla kilku pojemności większych i mniejszych od optymalnej. Minimum wartości skutecznej prądu źródła występowało zawsze dla pojemności optymalnej.

Wyniki optymalnej kompensacji pojemności w różnych stanach wysterowania sterownika ujęto w tabeli 1.

4. UKŁADY TRÓJFAZOWE

Z uwagi na zasadę działania skonstruowanego sterownika, rozpatruje się układy trójfazowe, skojarzone w gwiazdę, czteroprzewodowe, z impedancją przewodu zerowego równą zeru.

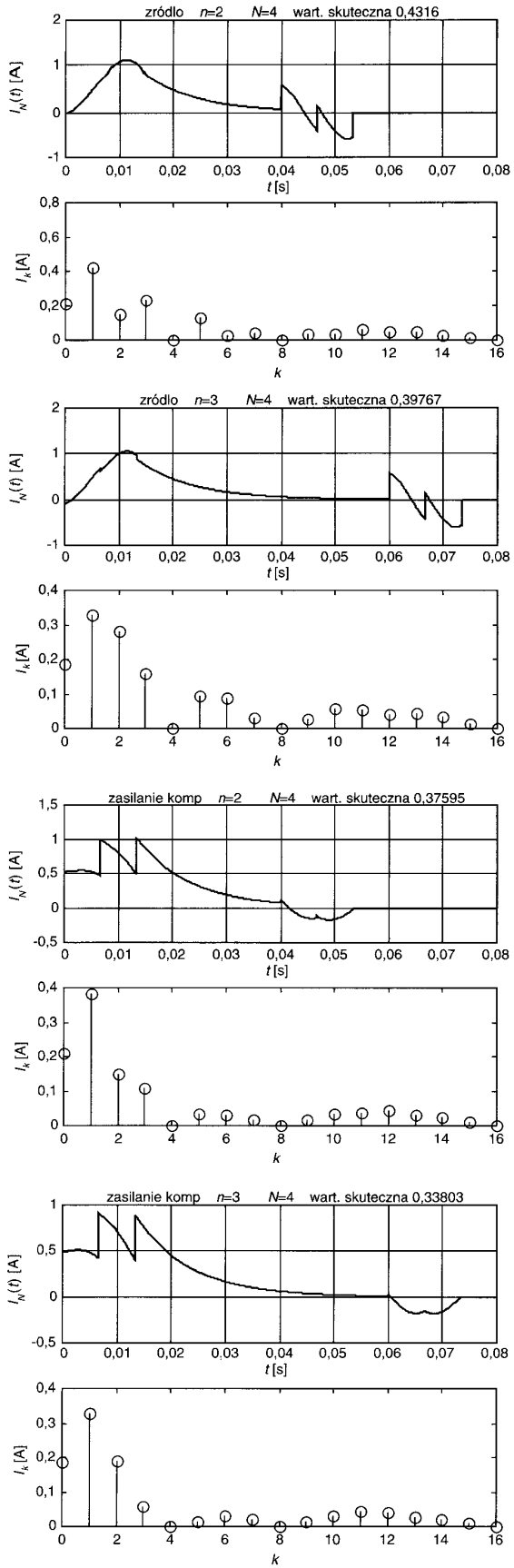
Do obliczeń przyjęto odbiornik statyczny, symetryczny, o wartościach elementów $R = 50\ \Omega$, $L = 0{,}2$ H, stosowany uprzednio w obliczeniach w pkt. 2 i 3 niniejszego artykułu. Napięciom fazowym sterownika trójfazowego, opisanym w pkt. 1.2 , przypisano wartości amplitud i pulsacji, jak w pkt. 2 i 3. Dzięki spełnieniu powyższych warunków, prądy fazowe, moce czynną i pozorną, współczynniki mocy poszczególnych faz źródła i odbiornika można uznać za wyznaczone (pkt. 2 i 3). Możliwa jest również poprawa współczynnika mocy poprzez dołączenie do każdej fazy odbiornika np. pojemności kompensującej C_{opt}. Analiza układów trójfazowych, niesymetrycznych napięciowo oraz impedancyjnie, przy różnych parametrach sterowania n i N dla poszczególnych faz nie stwarza problemów obliczeniowych.



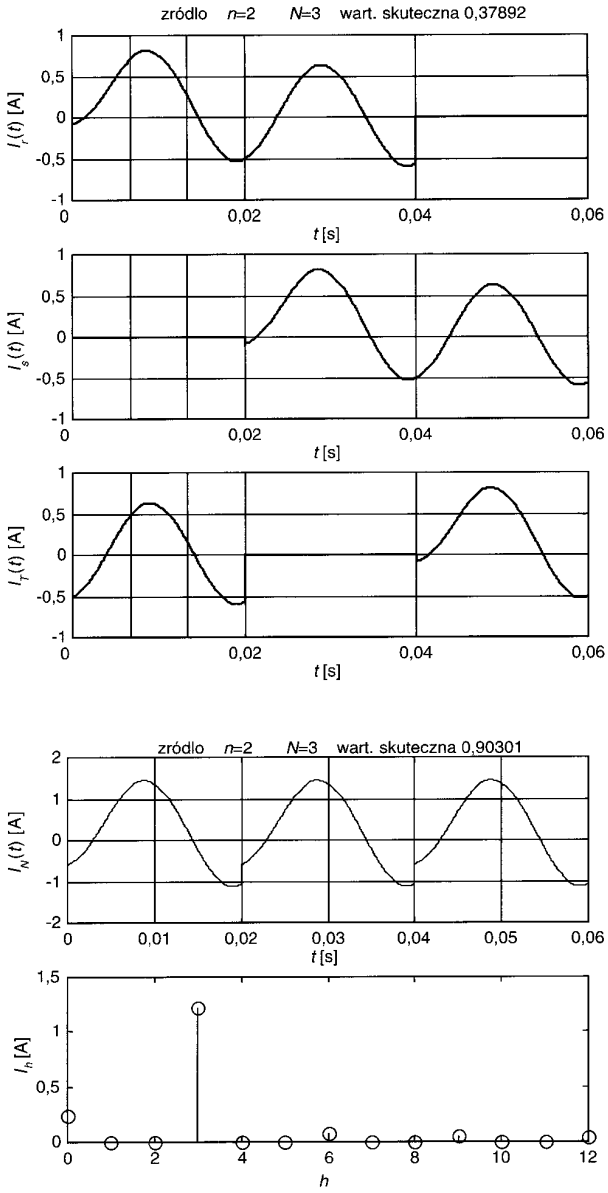
Rys. 14. Prąd w przewodzie neutralnym symetrycznego układu trójfazowego, dla wartości $N = 4$, n: 1, 2, 3

4.1. Układ trójfazowy I

Rozważono poniżej układ tego typu dla trzech przypadków parametrów sterowania: $n = 1, 2, 3$, $N = 4$. Napięcia i prądy fazowe poszczególnych faz wyznacza się z pkt. 2 i 3 poprzez przesunięcie w czasie, stosownie o $\mathcal{T}/3$, w odniesieniu do fazy „a". Obliczenia natężenia prądu w przewodzie neutralnym zilustrowano funkcjami czasu oraz widmami amplitudowymi dla przypadku bez poprawy współczynnika mocy (rys. 14).



Rys. 15. Prąd w przewodzie neutralnym układu trójfazowego typu II, dla wartości $N = 4$, n: 2, 3



Rys. 16. Prądy fazowe oraz prąd w przewodzie neutralnym układu trójfazowego III, dla wartości $N = 3$, $n = 2$.

4.2. Układ trójfazowy II

Rozważono tu przypadek parametrów sterowania $n = 2, 3$, $N = 4$. Napięcia i prądy fazowe wyznaczono na podstawie obliczeń w punktach 2 i 3, przesuwając w czasie odpowiednio o $T/3$, napięcie i prąd fazy „a". Na rysunku 15 zestawiono przebiegi prądów w przewodzie neutralnym, ich widma amplitudowe, dla odbiornika bez poprawy współczynnika mocy oraz po zastosowaniu kompensacji pojemnościowej C_{opt}.

4.3. Układ trójfazowy III

W przypadku tego układu trójfazowego, zasilanego ze źródła jednofazowego (pkt. 1.2.3.), do obliczeń przyjęto wartości parametrów sterowania $n = 2$, $N = 3$. Przeprowadzone obliczenia przebiegów prądów fazowych, prądu w przewodzie neutralnym, wraz z jego widmem amplitudowym zostały zilustrowane wykresami na rysunku 16.

5. UWAGI KOŃCOWE

Przy przyjętym sposobie regulacji wartości skutecznej napięcia odbiornika (mocy odbiornika), występują podharmoniczne napięcia i natężenia prądu o znacznych wartościach amplitud (współczynnik k_{ph}). Charakterystyczną cechą pracy sterownika, przy dowolnie dobranych parametrach sterowania n i N, jest brak w prądzie źródła wyższych harmonicznych pulsacji źródła napięcia. Wykorzystana metoda analizy stanu ustalonego jest alternatywna w stosunku do podejścia bazującego na rozkładzie na szereg Fouriera. Odpowiedź obwodu, otrzymaną w zamkniętej postaci, rozwija się w szereg Fouriera w celu wyodrębnienia podharmonicznych oraz poprawy współczynnika mocy. Rezultaty końcowe poddają się łatwo weryfikacji jakościowej. W opracowaniu wykorzystano pouczający sposób ograniczenia wartości skutecznej prądu źródła poprzez optymalną kompensację pojemnościową C_{opt}. Opisano i poddano analizie przypadki układów trójfazowych sterownika mocy, zwiększające możliwości stosowania tego rodzaju sterowania.

LITERATURA

1. Czarnecki L.S.: *Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi.* 1984, Zeszyty Naukowe Nr 793, Politechnika Śląska, Gliwice.
2. Jaraczewski M., Krupa S., Mitkowski S.: *Podharmoniczne w układach elektrycznych.* SPETO 97, tom II, Politechnika Śląska, Gliwice.
3. Jaraczewski M., Krupa S., Mitkowski S., Turkiewicz L.: *Minimalizacja wartości skutecznej natężenia prądu źródła napięcia, zasilającego sterownik mocy, dyskryminujący okresowo amplitudę.* SPETO 99, Politechnika Śląska, Gliwice.
4. Jaraczewski M., Krupa S., Mitkowski S., Turkiewicz L.: *Podharmoniczne w obwodach elektrycznych.* SPETO 98, Politechnika Śląska, Gliwice.
5. Osiowski J.: *Zarys rachunku operatorowego.* WNT, Warszawa 1981.
6. Osiowski J., Szabatin J.: *Podstawy teorii obwodów.* WNT, Warszawa 1993.
7. Shepherd W., Zakikhani P.: *Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems.* Proc. IEE 1973, 7.
8. Szabatin J.: *Podstawy teorii sygnałów.* WKiL, Warszawa 1990.

Dr inż. Stanisław Krupa
Urodził się w 1939 roku w Krakowie. Studia na Wydziale Elektrotechniki Górniczej i Hutniczej AGH ukończył w roku 1962. W roku 1975 uzyskał stopień doktora. Zajmuje się teorią mocy w obwodach elektrycznych oraz modelowaniem pól w obiektach technicznych. Pracuje na stanowisku starszego wykładowcy w Zakładzie Elektrotechniki AGH.

Prof. dr hab. inż. Stanisław Mitkowski
Urodził się w 1944 roku Krakowie. Studia na Wydziale Elektrotechniki Górniczej i Hutniczej AGH ukończył w roku 1968. Stopień doktora uzyskał w roku 1974, a doktora habilitowanego w 1989 roku. W latach 1990–1996 pełnił funkcję prorektora AGH d/s nauki. Obecnie jest kierownikiem Zakładu Elektrotechniki. Zajmuje się dynamiką nieliniowych obwodów elektrycznych a zwłaszcza oszacowaniem ich rozwiązań przy zastosowaniu teorii nierówności różniczkowych.

Dr inż. Lesław Turkiewicz
Urodził się w 1939 roku w Nowym Sączu. Studia na Wydziale Elektrotechniki Górniczej i Hutniczej AGH ukończył w roku 1962. W roku 1971 uzyskał stopień doktora. W jego zainteresowaniach dominuje problematyka modelowania pól elektrycznych i magnetycznych w obiektach technicznych oraz analiza parabiegunnikowych obwodów elektrycznych i obiektów przestrzennych. Pracuje na stanowisku adiunkta w Zakładzie Elektrotechniki AGH.

Mgr inż. Marcin Jaraczewski
Urodził się w 1967 roku w Warszawie. Studia na Wydziale Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki AGH ukończył w 1994 roku. W latach 1994 do 1999 zatrudniony na stanowisku asystenta w Zakładzie Elektrotechniki AGH. Od 1999 pracuje w Instytucie Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej Politechniki Krakowskiej. Zajmuje się teorią mocy w obwodach elektrycznych.