

TEORIA UNIWERSALNYCH GLOBALNIE PASYWNYCH OBWODÓW KOMPENSACYJNYCH

The Theory of Globally Passive Compensatory Networks

Maciej SIWCZYŃSKI

Politechnika Krakowska

Streszczenie: Podstawowym elementem pasywnego obwodu kompensacyjnego jest tzw. *uniwersalna gałąź zawierająca źródło napięcia sterowane prądem i napięciem zaciskowym*. Jest ona w stanie zrealizować dowolny optymalny stan w obwodzie elektrycznym. W pracy opisano metodę syntezy optymalnych obwodów kompensacyjnych o strukturze czwórnik, zasilanych z rezerwuaru energii.

Summary: The so called *versatile compensatory branch* is a basic element of the passive compensatory network. It has a voltage source controlled by the terminal current and voltage signals. The branch can realize each pair of the optimal voltage-current signals on the terminals. This article presents a method for the synthesis of optimal passive two-port compensatory networks, supplied from the reservoir of electrical energy.

1. WSTĘP

U podstaw teorii mocy, czy też w szerszym rozumieniu — energetycznej teorii obwodów [4], leży model obwodu zasilania w energię elektryczną, złożony ze źródła i odbiornika (rys.1).

Już tak prosty na pozór układ stwarza wiele niełatwych problemów energetycznych. Jak wynika z prac napisanych wcześniej na ten temat [3, 4, 6, 7, 8, 11], problem polega na wytworzeniu w obwodzie pewnych warunków optymalnych. Przede wszystkim trzeba tak dobrać sygnał prądu, aby spełniony był pewien warunek minimum oraz dodatkowe kryte-

ria równościowe, których liczba jest większa lub równa jeden. Zestawienie tych warunków znajduje się w pracy [11], a ich rozwiązanie w [10]. Tak otrzymany prąd będzie nazywany sygnałem optymalnym i^{opt} , a odpowiadające mu napięcie zaciskowe napięciem optymalnym u^{opt} .

Na ogół odbiorniki nie zapewniają optymalnych warunków w obwodzie. Powstaje sytuacja nieskompensowana, zilustrowana na rysunku 1. Aby wymusić na zaciskach źródła parę sygnałów i^{opt}, u^{opt} , potrzebny jest obwód kompensacyjny, który pośredniczy między źródłem a odbiornikiem.

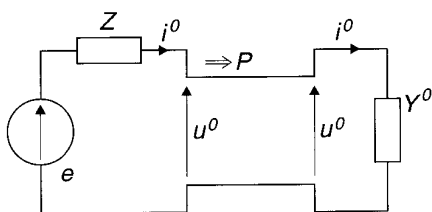
Z treści prac [4, 10 11, 13] wynika, że zadanie optymalizacyjne:

$$(i, i) \rightarrow \min \quad (1)$$

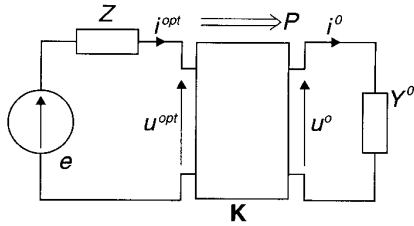
$$(e, i) - (Ri, i) = P \quad (2)$$

gdzie:

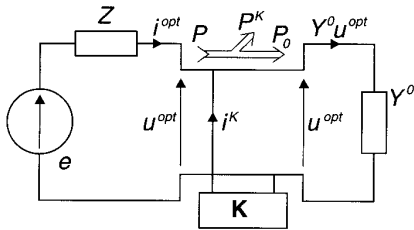
- e — sygnał napięcia źródłowego;
- i — szukany sygnał prądu zaciskowego;
- $R = 0,5 (Z + Z^*)$ — operator stratności źródła (liniowy, dodatnio określony);
- Z — operator impedancji wewnętrznej źródła;



Rys. 1. Obwód nieskompensowany



Rys. 2. Bezstratny, czwórnikowy obwód kompensacyjny



Rys. 3. Obwód równoległej kompensacji dwójnikowej

Z^* — operator sprzężony;
 (\bullet, \bullet) — iloczyn skalarny sygnałów;
 można uznać za standardowe dla otrzymania prądu optymalnego. Jego rozwiązanie przebiega według schematu [6]:
 • z równania liniowego:

$$(1 + \lambda R)i = 0,5 \lambda e \quad (3)$$

wyznacza się λ — rodzinę sygnałów prądu $i(\lambda)$ (λ — rzeczywisty parametr);
 • z równania:

$$F(\lambda) = (e, i(\lambda)) - (Ri(\lambda), i(\lambda)) = P \quad (4)$$

otrzymuje się jedyną wartość skalarną λ_* , której odpowiada sygnał optymalny:

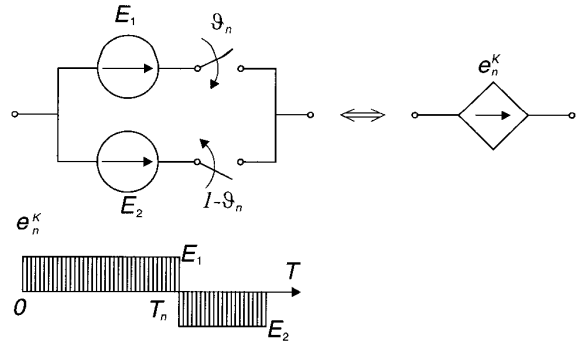
$$i^{opt} = 0,5 \lambda_* (1 + \lambda_* R)^{-1} e \quad (5)$$

Najlepszym obwodem kompensacyjnym jest czwórnik zapewniający odbiornikowi stan przed kompensacją, a źródłu — stan optymalny (rys.2). Naturalnie, taki czwórnik musi być bezstratny:

$$(u^0, i^0) = (u^{opt}, i^{opt})$$

Na rysunku 3 pokazano układ równoległej kompensacji dwójnikowej. To też jest czwórnik, ale zbyt prosty. Ma zalety, lecz nie zapewnia właściwego bilansu mocy. Przy zadanej mocy P odbiornik nie otrzymuje określonej mocy P_0 [6]. Narzucając moc P_0 otrzymuje się przypadkową wartość P . Najlepiej jest przyjąć bezstratny obwód kompensacyjny:

$$(G^0 u, u) - (u, i) = 0 \quad (6)$$



Rys. 4. Schemat ideowy i symbol homotopijnie sterowanego źródła napięcia, oraz przebieg napięcia źródłowego w przedziale czasu $[0, T]$

gdzie:
 $G^0 = 0,5(Y^0 + Y^{0*})$ — operator stratności odbiornika (również dodatnio określony);
 Y^0 — operator admitancyjny odbiornika.
 Nad wartością mocy P nie ma kontroli, ale problem minimalizacyjny (1)–(6) da się sprowadzić do standardu [6]:

$$(i, i) \rightarrow \min$$

$$\left((1 + 2Z^* G^0) e, i \right) - \left((R + Z^* G^0 Z) i, i \right) = (G^0 e, e) \quad (7)$$

Napięcie obwodu równoległej kompensacji dwójnikowej równe jest napięciu optymalnemu, prąd zaś:

$$i^k = Y^0 u^{opt} - i^{opt}$$

2. UNIWERSALNA GAŁĄŻ KOMPENSACYJNA

Elementarny obwód kompensacyjny można zrealizować za pomocą uniwersalnej gałęzi, w której główną rolę odgrywa homotopijnie przełączane źródło sterowane.

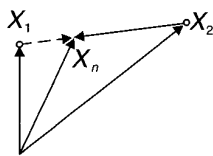
Schemat ideowy takiego źródła pokazano na rysunku 4. Źródło sterowane składa się z dwóch stałych SEM E_1, E_2 i wyłączników znajdujących się w przeciwnych stanach. Wyпадkowy przebieg napięcia na zaciskach źródła pokazano na rysunku 4. Po jego uśrednieniu otrzymuje się:

$$e_n^k = \frac{1}{T} [T_n E_1 + (T - T_n) E_2] = \vartheta_n E_1 + (1 - \vartheta_n) E_2$$

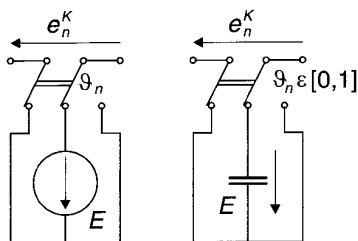
gdzie:

$$\vartheta_n = \frac{T_n}{T} \in [0, 1] \text{ — współczynnik sterowania}$$

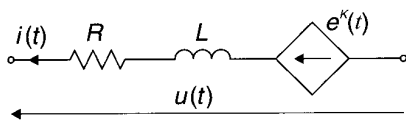
Nazwa „homotopijny” pochodzi od analogii homotopii odcinkowej zilustrowanej na rysunku 5.



Rys. 5. Punkt leżący na odcinku łączącym dwa zadane punkty



Rys. 6. Źródło homotopijnie sterowane zrealizowane za pomocą pojedynczej, stałej SEM E lub kondensatora



Rys. 7. Uniwersalna gałąź kompensacyjna złożona ze źródła sterowanego napięciowo i obwodu wygładzania prądu

Punkt leżący na odcinku łączącym punkty X_1, X_2 określa wzór:

$$X_n = X_2 + \vartheta_n(X_1 - X_2) = \vartheta_n X_1 + (1 - \vartheta_n) X_2$$

gdzie $\vartheta_n \in [0, 1]$

Za pomocą współczynnika $\vartheta_n, n \in \{0, 1, 2, \dots\}$, można w sposób czasowo-dyskretny sterować zarówno położeniem punktu X_n , jak i wartością napięcia e_n .

Największe znaczenie ma źródło, w którym SEM E_1, E_2 różnią się tylko znakiem. Napięcie E można wówczas otrzymać ze zwykłego kondensatora, który ładowany jest z dodatkowego układu zasilania, albo nawet — jak to ma miejsce w układach globalnie pasywnych — bezpośrednio poprzez zaciski źródła. Schemat ideowy takiego źródła pokazano na rysunku 6.

Pełną uniwersalną gałąź kompensacyjną realizuje połączenie szeregowo źródła homotopijnie sterowanego i dwójnika wygładzania prądu, którym może być na przykład element R, L (rys. 7).

Gałąź uniwersalną opisuje równanie różniczkowe:

$$e^K(t) = u(t) + Ri(t) + L \frac{di}{dt}$$

Całkując równanie:

$$L \frac{di}{dt} = e^K(t) - Ri(t) - u(t)$$

w przedziale czasu $[(n-1)\tau, n\tau], n \in \{0, 1, \dots\}$, otrzymuje się:

$$Li(n\tau) = Li[(n-1)\tau] + \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} [e^K(t) - Ri(t) - u(t)] dt$$

albo:

$$\frac{1}{\tau} L(i_n - i_{n-1}) = \frac{1}{\tau} \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} e^K(t) dt - R \frac{1}{\tau} \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} i(t) dt - \frac{1}{\tau} \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} u(t) dt$$

Przyjmując, że:

$$\left[\frac{1}{\tau} \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} i(t) dt \right]_{\tau \rightarrow 0} \rightarrow i(n\tau) =: i_n \text{ — próbki sygnału prądu,}$$

... itd., dla pozostałych sygnałów, można w przybliżeniu napisać:

$$e_n^K = u_n + Ri_n + L \frac{1}{\tau} (i_n - i_{n-1}) \quad (8)$$

Otrzymane równanie (8) jest równaniem czasowo-dyskretnym (z odstępem próbkowania τ) sterowania napięciem źródłowym gałęzi uniwersalnej. Wygodnie zapisać go w postaci macierzowej:

$$e^K = u + Ri + LDi \quad (9)$$

gdzie:

$$e^K, u, i = \text{col} \left[\begin{matrix} e_n^K \\ u_n \\ i_n \end{matrix} \right],$$

D — macierz różniczkowania numerycznego.

Na rysunku 8 pokazano, od góry: przebieg napięcia sterowanego, przebieg wygładzonego sygnału prądu, spróbkowany przebieg napięcia sterowanego e^K . Sterowanie kluczem można rozwiązać na wiele sposobów. Jednym z nich jest nałożenie napięcia sterującego (sygnału, jaki ma być uzyskany na wyjściu gałęzi kompensacyjnej) na napięcie piłk kształtne generatora podstawy czasu o częstotliwości $1/\tau$ (rys. 8).

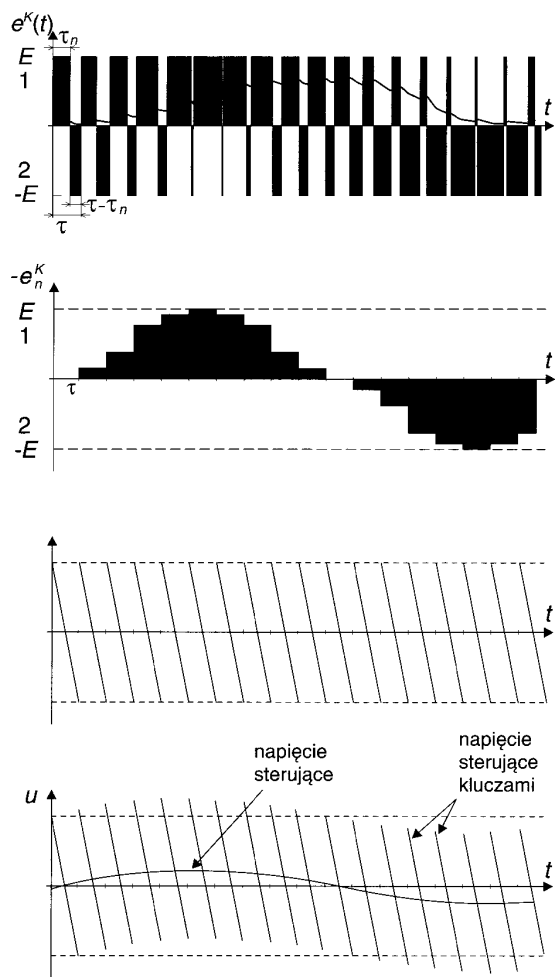
Uniwersalna gałąź, zastosowana jako równoległy obwód kompensacyjny zgodnie ze schematem pokazanym na rysunku 3, działa według następującej sekwencji:

$$i^{opt}, u^{opt} \rightarrow$$

$$i = Y^0 u^{opt} - i^{opt}$$

$$u = u^{opt} \rightarrow$$

$$e^K = u + Ri + LDi \rightarrow$$



Rys.8. Przebiegi napięć i prądu gałęzi kompensacyjnej, oraz przebiegi napięcia sterującego

$$\vartheta_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e_n^K}{E} \right); \left(\vartheta = \frac{1}{2} \left(\text{col}(1) + \frac{e^K}{E} \right) \right) \quad (10)$$

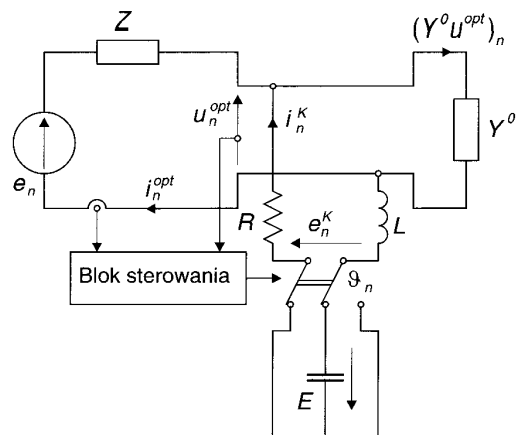
Sygnaly prądu optymalnego i^{opt} i napięcia optymalnego u^{opt} wyznacza się według procedury standardowej (3), (4), (5) zastosowanej do zagadnienia optymalizacyjnego (7). Algorytm ten ilustruje schemat pokazany na rysunku 9.

Ze wzoru (10) wynika, że sygnał e_n^K ma ograniczoną wartość szczytową:

$$\left| \frac{e_n^K}{E} \right| \leq 1 \quad \text{dla każdego } n$$

albo:

$$\left| \frac{e^K}{E} \right| \leq 1$$



Rys. 9. Schemat dołączenia sterowanej gałęzi jako bezstratnego obwodu równoległej kompensacji

$$\text{gdzie: } \|e^K\| = \max_{n \in \{0,1,2,\dots\}} |e_n^K|$$

Ograniczenie wartości szczytowej sygnału e^K wyznacza górny pułapysterowania obwodu kompensacyjnego.

Pewną równoważną odmianę gałęzi kompensacyjnej zaproponowano po raz pierwszy już we wcześniejszych pracach [6,7,9,12,13]. Najprostszą wersją była zblokowana gałąź parametryczna ($\pm G, \pm C$) (rys.10), opisana równaniem różniczkowym:

$$i(t) = - \left[G(t)u(t) + C(t) \frac{du}{dt} \right]$$

Obwód ten można zrealizować za pomocą uniwersalnej gałęzi kompensacyjnej (por. rys.7), opisanej równaniem Kirchhoffa:

$$e^K(t) = u(t) - RG(t)u(t) - RC(t) \frac{du}{dt} - L \frac{d}{dt} [G(t)u(t)] - L \frac{d}{dt} \left[C(t) \frac{du}{dt} \right]$$

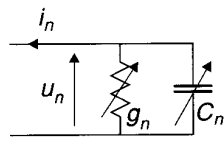
które w wersji czasowo-dyskretnej (macierzowej) przyjmuje postać:

$$e^K = (1 - RG - RCD - LDG - LDCD) u$$

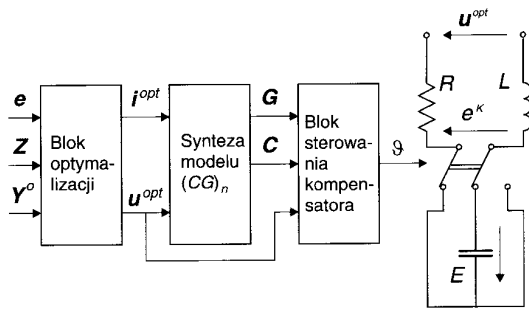
gdzie:

$$G = \text{diag}(g_n) = \text{diag}[G(n\tau)]$$

$$C = \text{diag}(c_n) = \text{diag} \left[\frac{1}{\tau} C(n\tau) \right]$$



Rys. 10. Zblokowany parametryczny obwód kompensacyjny ($\pm G, \pm C$)



Rys. 11. Schemat blokowy optymalnego sterowania bezstratną gałęzią kompensacyjną

Pomocnicze sygnały „konduktancji” g_n i „pojemności” c_n dobiera się tak, aby spełnić warunek:

$$(g_n - g_{n-1})^2 + (c_n - c_{n-1})^2 \rightarrow \min$$

W pracy [6] wykazano, że przebieg g_n, c_n otrzymuje się z równania rekurencyjnego:

$$\begin{bmatrix} g_n \\ c_n \end{bmatrix} = \frac{1}{(u_n)^2 + (\Delta u_n)^2} \begin{bmatrix} (\Delta u_n)^2 & -u_n \Delta u_n \\ -u_n \Delta u_n & (u_n)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{n-1} \\ c_{n-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_n i_n \\ \Delta u_n i_n \end{bmatrix}$$

gdzie $\Delta u_n = u_n - u_{n-1}$

Dla periodycznych sygnałów prądu i_n i napięcia u_n równanie rekurencyjne ma rozwiązanie periodyczne w stanie ustalonym. Zatem algorytm sterowania uniwersalną gałęzią kompensacyjną powinien przebiegać według następującej sekwencji:

$$i^{opt}, u^{opt} \rightarrow$$

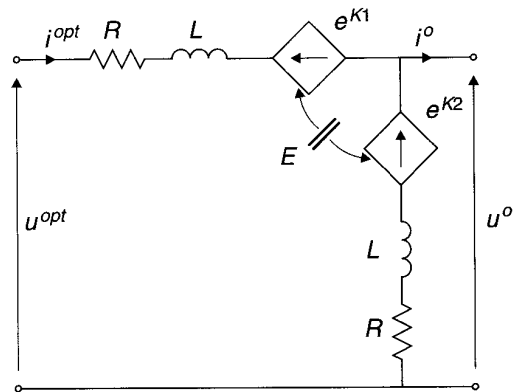
$$i = Y^0 u^{opt} - i^{opt}$$

$$u = u^{opt} \rightarrow$$

$$G, C \rightarrow$$

$$e^K = (1 - RG - RCD - LDG - LDCD) u$$

$$\vartheta = \frac{1}{2} \left(\text{col}(1) + \frac{e^K}{E} \right)$$



Rys. 12. Prosty czwórnikowy bezstratny obwód kompensacyjny

Schemat blokowy układu optymalnego sterowania bezstratną gałęzią kompensacyjną pokazano na rysunku 11.

Zgodnie z ogólnym schematem (rys.2) najprostszą kompensację czwórnikową realizują dwie gałęzie sterowane, zasilane ze wspólnego źródła E (rys. 12).

Schemat Γ , gdzie brak prądów i napięć swobodnych powoduje, że wszystkie sygnały gałęziowe są z góry określone przez sygnały wejściowe i wyjściowe, jest globalnie bezstratny, mimo że poszczególne gałęzie wydają (przyjmują) moc uśrednioną tej samej wartości. Układ może mieć zatem jeden wspólny kondensator zasilający, ładowany z zacisków wejściowych za pomocą osobnego układu regulacji. W takim jednak przypadku czas pracy kondensatora w jednej gałęzi jest dwukrotnie mniejszy, przez co pogarsza się dokładność odwzorowania przez każdą gałąź zadanych sygnałów napięcia i prądu. Pokazano to na rysunku 13, gdzie znajduje się również schemat sterowania kluczami.

Poszczególne gałęzie steruje się zgodnie z równaniami: gałąź $K1$:

$$i = i^{opt}$$

$$u = u^{opt} - u^0 \rightarrow$$

$$e^{K1} = u + Ri + LDi$$

gałąź $K2$:

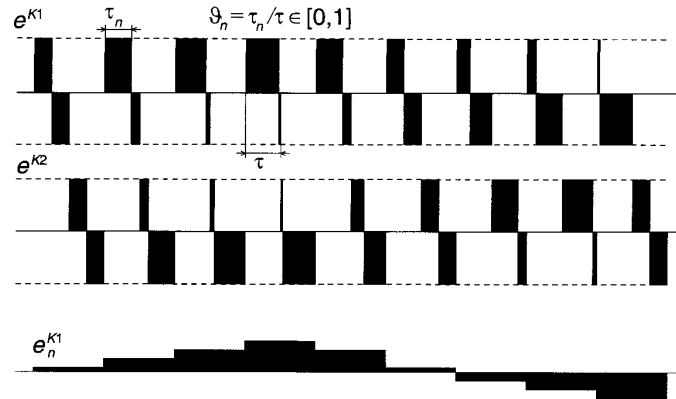
$$i = i^{opt} - i^0$$

$$u = u^0 \rightarrow$$

$$e^{K2} = u - Ri - LDi$$

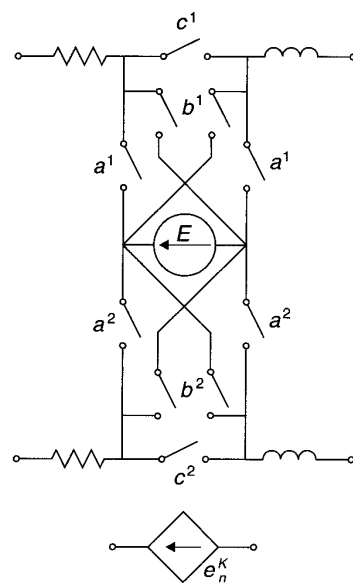
3. OPTIMALIZOWANE CZWÓRNIKI KOMPENSACYJNE

Na rysunkach 14 i 15 pokazano czwórniki T i II znamienne jednym sygnałem swobodnym x (odpowiednio napięciowym



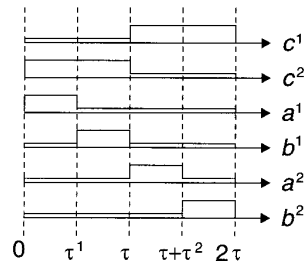
$$e_n = \frac{1}{M\tau} [\tau_n - (\tau - \tau_n)]E \rightarrow \frac{e_n}{E} = \frac{1}{M} (2\vartheta_n - 1) \in \left[-\frac{1}{M}, \frac{1}{M} \right]$$

$$\vartheta_n = \frac{1}{2} \left(M \frac{e_n}{E} + 1 \right) \quad M = 2$$



	c^1	c^2	a^1	b^1	a^2	b^2
τ_n^1	0	1	1	0	0	0
$\tau - \tau_n^1$	0	1	0	1	0	0
τ_n^2	1	0	0	0	1	0
$\tau - \tau_n^2$	1	0	0	0	0	1

↓ t
tablica łączenia kluczy



Rys.13. Sposób zasilania dwóch gałęzi kompensacyjnych ze wspólnego źródła napięcia stałego

i prądowym). Bez dodatkowych warunków sygnał ten jest dowolny. Można go jednoznacznie określić wówczas, gdy postawi się zadanie minimum.

Obydwa czwórniki na rysunkach 14 i 15 są globalnie pasywne, ale dla czwórnika przedstawionego na rysunku 14 można postawić warunek:

$$(u - x, i) = P^1$$

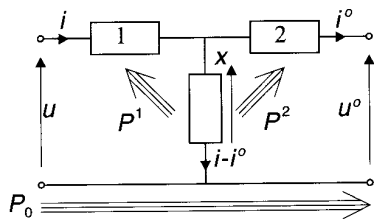
skąd:

$$(x - u^0, i^0) = P^2$$

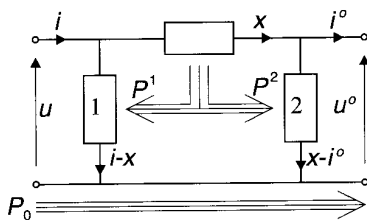
$$(i, x) = P_0 - P^1$$

$$(i^0, x) = P^0 + P^2$$

(11)



Rys. 14. Czwórnik z minimalnym „globalnym napięciem”



Rys. 15. Czwórnik z minimalnym „globalnym prądem”

Aby sygnał x był jednoznaczny, stawia się warunek „minimum globalnego napięcia obwodu”:

$$(x, x) + (u - x, u - x) + (x - u^0, x - u^0) \rightarrow \min$$

albo:

$$\frac{1}{2}(x, x) - \frac{1}{3}(u + u^0, x) \rightarrow \min \quad (12)$$

Wówczas funkcjonal Lagrange’a przyjmuje postać:

$$f(x, \lambda, \mu) = \frac{1}{2}(x, x) - \frac{1}{3}(u + u^0, x) - \lambda(i, x) - \mu(i^0, x) \rightarrow \min \quad (13)$$

Warunek minimum (13) jest spełniony, gdy:

$$x = \lambda i + \mu i^0 + \frac{1}{3}(u + u^0) \quad (14)$$

Stąd za pomocą równań (14) i (11) otrzymuje się układ równań liniowych dla λ, μ :

$$\begin{bmatrix} (i, i) & (i^0, i) \\ (i^0, i) & (i^0, i^0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}P_0 - P^1 - \frac{1}{3}(u^0, i) \\ \frac{2}{3}P_0 + P^1 - \frac{1}{3}(u, i^0) \end{bmatrix}$$

którego rozwiązaniem jest:

$$\lambda = \frac{\frac{2}{3}P_0(i^0, i^0 - 1) - P^1(i^0, i^0) - P^2(i^0, i) + \frac{1}{3}(u^0, i)(i^0, i) - \frac{1}{3}(u^0, i)(i^0, i^0)}{(i, i)(i^0, i^0) - (i^0, i)^2}$$

$$\mu = \frac{\frac{2}{3}P_0(i - i^0, i) + P^1(i^0, i) + P^2(i, i) + \frac{1}{3}(u^0, i)(i^0, i) - \frac{1}{3}(u, i^0)(i, i)}{(i, i)(i^0, i^0) - (i^0, i)^2}$$

Oczywiście ze względów praktycznych najlepiej będzie jeżeli wszystkie gałęzie czwórnika będą pasywne, a więc $P^1 = P^2 = 0$.

Dla czwórnika, którego schemat pokazano na rysunku 15, stawia się analogiczne warunki mocy gałęzi:

$$(u, x) = P_0 - P^1$$

$$(u^0, x) = P_0 + P^2 \quad (15)$$

oraz dodatkowy warunek „minimum globalnego prądu”:

$$(x, x) + (i - x, i - x) + (x - i^0, x - i^0) \rightarrow \min$$

albo:

$$\frac{1}{2}(x, x) - \frac{1}{3}(i + i^0, x) \rightarrow \min \quad (16)$$

Zadanie minimalizacyjne rozwiązuje funkcjonal Lagrange’a:

$$f(x, \lambda, \mu) = \frac{1}{2}(x, x) - \frac{1}{3}(i + i^0, x) - \lambda(u, x) - \mu(u^0, x) \rightarrow \min$$

skąd:

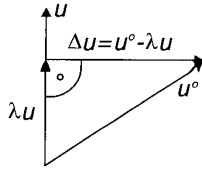
$$x = \frac{1}{3}(i + i^0) + \lambda u + \mu u^0 \quad (17)$$

Układ równań dla współczynników λ, μ przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} (u, u) & (u^0, u) \\ (u^0, u) & (u^0, u^0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}P_0 - P^1 - \frac{1}{3}(u, i^0) \\ \frac{2}{3}P_0 + P^2 - \frac{1}{3}(u^0, i) \end{bmatrix}$$

skąd:

$$\lambda = \frac{\frac{2}{3}P_0(u^0 - u, u^0) - P^1(u^0, u^0) - P^2(u, u^0) + \frac{1}{3}(u^0, i)(u, u^0) - \frac{1}{3}(u, i^0)(u^0, u^0)}{(u, u)(u^0, u^0) - (u, u^0)^2}$$



Rys. 16. Interpretacja nierówności Schwarz'a

$$\mu = \frac{\frac{2}{3}P_0(u, u - u^0) + P^1(u, u^0) + P^2(u, u) + \frac{1}{3}(u, i^0)(u, u^0) - \frac{1}{3}(u^0, i)(u, u)}{(u, u)(u^0, u^0) - (u, u^0)^2}$$

W obydwu przypadkach układy równań dla λ, μ mają rozwiązanie, gdyż ich macierze są dodatnio określone:

$$(u, u)(u^0, u^0) - (u, u^0)^2 \geq 0 \quad (18)$$

Jednakże wspomniane układy równań mogą być źle uwarunkowane. Ma to miejsce wówczas, gdy lewa strona nierówności Schwarz'a (18) zbliża się do zera. Zależy to od wzajemnej relacji między sygnałami u, u^0 . W tym celu nierówność (18) wygodnie będzie zapisać w następującej formie:

$$(u, u)(\Delta u, \Delta u) \geq 0$$

gdzie (por. rys.16):

$$\Delta u = u^0 - \lambda u$$

λ — współczynnik rzutowania napięcia u^0 na kierunek napięcia u .

Współczynnik rzutowania λ określa się z warunku:

$$(u^0 - \lambda u, u^0 - \lambda u) \rightarrow \min$$

zatem:

$$\lambda = \frac{(u, u^0)}{(u, u)}$$

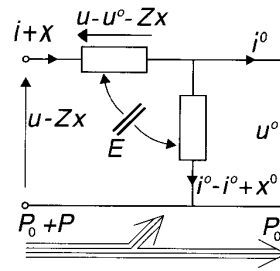
Tak więc, aby optymalizowany obwód czwórnikowy typu Π był dobrze uwarunkowany, wskaźnik:

$$\frac{(\Delta u, \Delta u)}{(u, u)}$$

nie może być zbyt mały.

Analogicznie, dla czwórnika kompensacyjnego typu T wskaźnik ten tworzą zadane sygnały prądowe:

$$\frac{(\Delta i, \Delta i)}{(i, i)}$$



Rys. 17. Dodatkowy strumień mocy doładowania kondensatora zasilającego



Rys. 18. Wahanie szybkie i powolne napięcia kondensatora zasilającego

$$\Delta i = i^0 - \lambda i$$

$$\lambda = \frac{(i, i^0)}{(i, i)}$$

Nic nie stoi na przeszkodzie, aby syntetyzować optymalne struktury kompensacyjne o dowolnym stopniu złożoności. Jest to jednak problem trudniejszy i wykracza poza ramy tego artykułu.

4. STEROWANIE NAPIĘCIEM KONDENSATORA ZASILAJĄCEGO

Uniwersalne gałęzie kompensacyjne czwórników bezstratnych mogą być zasilane ze wspólnego kondensatora (np. układ na rys.12). Pełni on wówczas funkcję rezerwuaru energii, trzeba jednak zapewniać stały poziom jego naładowania. Ma czuwać nad tym układ regulacji, który doładowuje kondensator strumieniem energii P doprowadzonym przez porty czwórnika (rys. 17).

Należy rozróżnić wahanie szybkie napięcia kondensatora, powodowane tętnieniami mocy chwilowej i wahanie powolne, które powodują kołysania mocy czynnej transportowanej przez czwórnik (rys.18).

Z punktu widzenia układu regulacji napięcia istotne są wahanie powolne. Kondensator doładowuje (lub rozładowuje) dodatkowy strumień mocy P , który otrzymywany jest za pomocą zaburzenia prądowego x (por. rys.17). Istnieje nieskończenie wiele okresowych sygnałów x spełniających warunków bilansu mocy:

$$(u - Zx, i + x) - (u^0, i^0) = P \quad (19)$$

$P > 0$ — ładowanie, $P < 0$ — rozładowanie, ale tylko jeden z nich czyni zadość dodatkowemu warunkowi minimum:

$$(x, x) \rightarrow \min \quad (20)$$

Po przekształceniach warunek (19) można przepisać w postaci:

$$(u - Z^*i, x) - (Rx, x) = P \quad (21)$$

gdzie:

$$i = i^{opt}, \quad u = u^{opt};$$

Z — operator impedancji wewnętrznej źródła zasilania;
 $R = 0,5 (Z + Z^*)$

Porównując zadanie (20)–(21) z (1)–(2) łatwo stwierdzić, że ma ono postać standardową i można je rozwiązywać według sekwencji (3), (4), (5).

Układ regulacji napięcia kondensatora $E(t)$ steruje mocą P w równaniu (21) w taki sposób, że:

$$P(t) = \alpha [E_{wz} - E(t)] \quad \alpha > 0 \quad (22)$$

Z drugiej strony równanie dynamiki powolnych zmian energii kondensatora o pojemności C ma postać:

$$P dt = CE dE \quad (23)$$

Równania (22) i (23) można doprowadzić do jednego równania różniczkowego:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\alpha}{C} \frac{E(t) - E_{wz}}{E(t)} \quad (24)$$

opisującego zmiany napięcia kondensatora wokół napięcia wzorcowego E_{wz} .

Dyskretne równania dynamiki napięcia kondensatora, okres po okresie, mają postać:

$$E_{n+1} = E_n - T \frac{\alpha}{C} \frac{E_n - E_{wz}}{E_n} \quad (25)$$

$$P_n = \alpha (E_{wz} - E_n)$$

Równanie różniczkowe (24) jest przybliżone. Przy dokładniejszym opisie można uwzględnić inercję układu regulacji mocy. Zakładając w uproszczeniu układ liniowy pierwszego rzędu, równanie mocowo napięciowe regulatora przyjmuje następującą postać:

$$T_0 \frac{dP}{dt} + P = \alpha (E_{wz} - E)$$

Razem z równaniem (23) otrzymuje się układ równań różniczkowych:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{P}{CE}$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{1}{T_0} P - \frac{\alpha}{T_0} (E - E_{wz}) \quad (26)$$

W pobliżu punktu równowagi układ ten zachowuje się jak liniowy:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_0} & -\frac{\alpha}{T_0} \\ \frac{1}{CE_{wz}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{T_0} E_{wz} \\ 0 \end{bmatrix}$$

o równaniu charakterystycznym:

$$\begin{vmatrix} s + \frac{1}{T_0} & \frac{\alpha}{T_0} \\ -\frac{1}{CE_{wz}} & s \end{vmatrix} = s^2 + \frac{1}{T_0} s + \frac{\alpha}{T_0 CE_{wz}} = 0$$

zapewniającym stabilność.

Natomiast wahania szybkie napięcia kondensatora, których amplituda przebiega w ćwiartce okresu T , opisane są równaniem:

$$CE \delta E = \int_0^{T/4} p^K(t) dt \quad (27)$$

Przyjmując dla prostoty kompensator równoległy (rys.9) z sinusoidalnym przebiegiem sygnałów prądu i napięcia:

$$p^K(t) = \sqrt{2}|U|\sqrt{2}|I| \sin \omega t \cos \omega t = |U||I| \sin 2\omega t$$

z równania (27) otrzymuje się niezbędną wartość susceptancji kondensatora:

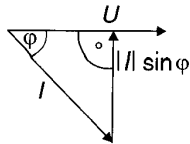
$$\omega C = \frac{|U||I|}{E \delta E} = \frac{|S|}{|E|^2} \frac{1}{\beta} \quad (28)$$

gdzie:

$|U|, |I|$ — wartości skuteczne: napięcia optymalnego i prądu kompensatora;

$|S|$ — moc pozorna kompensatora;

$\beta = \frac{\delta E}{E}$ — dopuszczalny współczynnik wahań napięcia kondensatora.



Rys.19. Kompensacja prądu biernego

Otrzymany wzór warto porównać z dobrze znanym wzorem dla kompensacji mocy biernej:

$$\omega C = \frac{|Q|}{|U|^2} = \frac{|S|}{|U|^2} \sin \varphi$$

Wynika stąd, że wartości pojemności kondensatorów zasilających dynamiczne kompensatory bezstratne niewiele przewyższają wartości pojemności używanych do zwykłej kompensacji mocy biernej.

5. WNIOSKI

Zagadnienia dotyczące kompensacji prądowo-napięciowej układów zasilających nadal, mimo poglądów niektórych badaczy, nie są teoretycznie wystarczająco rozwiązane. Po wszechnie proponowane układy kompensacyjne LC nie spełniają stawianych im zadań. Łagodzą jedynie ujemne wpływy obwodów nieliniowych na źródła zasilania. Duży postęp został dokonany w dziedzinie wyznaczania prądów *minimalnoskutecznych* i pochodnych, ale jednocześnie wykazano, że do ich uzyskania trzeba stosować w obwodach aktywne kompensatory zaopatrzone w źródła sterowane. Często realizuje się je jako obwody RLC z dodatkowym dwójnikiem ujemnej konduktancji. Budzi to poważne zastrzeżenia, gdyż ujemna rezystancja jest elementem stale wydającym energię, która rozpraszana jest na pozostałej pasywnej części obwodu kompensacyjnego. Ten dodatkowy strumień energii (można by go nazwać poprzecznym) nie uczestniczy w transporcie głównego strumienia mocy, jest jednak pobierany ze źródła zasilania, przez co psuje efekty optymalizacji. Obwody kompensacyjne z natury rzeczy są globalnie pasywne i przy ich projektowaniu należy fakt ten wykorzystać, wiadomo jednak, że nie mogą być złożone z samych elementów pasywnych.

W tej pracy przedstawiono systematyczną teorię pasywnych kompensatorów czwórnikowych. Zasadniczym elementem jest w nich tzw. *uniwersalna gałąź kompensacyjna*. Posiada ona źródło napięcia sterowane sygnałami napięcia i prądu, które spełniają zaciskowe warunki optymalności. Napięcie źródłowe pobierane jest z rezerwuaru energii za pośrednictwem przełącznika sterowanego według odpowiedniego

algorytmu, tak aby cała gałąź realizowała na zaciskach zadane sygnały napięcia i prądu. Rezerwuarem energii jest zwykły kondensator. Wykazano, że nad jego stałym naładowaniem powinien czuwać specjalny układ regulacji. Opisano też proste zagadnienie optymalnego rozkładu gałęzi, tak aby cały czwórnik spełniał określone zadania kompensacyjne. Nazwano go czwórnikiem optymalizowanym. Zastosowano przy tym oryginalne, znacznie ulepszone podejście matematyczne.

Kluczowane, energoelektroniczne przetworniki napięcia były już wcześniej z powodzeniem stosowane do innych zadań, na przykład do układów regulacji dużej mocy.

LITERATURA

1. Pasko M., Grzesik B.: *Model realizacji technicznej kompensacji składowych biernych prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy*. XV-SPETO-1992, Gliwice, 535–542.
2. Pasko M., Grzesik B., Kaczmarczyk Z.: *Energoelektroniczna realizacja techniczna dwójnika – ujemnej rezystancji*. XVI-SPETO-1993, Gliwice, 225–232.
3. Pasko M., Walczak J.: *Optymalizacja energetyczna jakościowych własności obwodów elektrycznych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi*. Wyd. Pol. Śląskiej, Elektryka z.150, monografia, Gliwice 1996.
4. Siwczyński M.: *Energetyczna teoria obwodów elektrycznych*. BSE-98, 115–124.
5. Siwczyński M.: *Komputerowa symulacja zjawisk elektroenergetycznych w układach zasilających w obecności odkształceń*. ZkwE'96, Poznań, 57–60.
6. Siwczyński M.: *Metody optymalizacyjne w teorii mocy obwodów elektrycznych*. Wyd. Pol. Krakowskiej, ser. Inżynieria Elektryczna, monografia 183, Kraków 1995.
7. Siwczyński M.: *Metody syntezy optymalnych obwodów kompensacyjnych*. EPN, Zielona Góra 1997, 225–238.
8. Siwczyński M.: *Obwody minimalnoenergetyczne*. EPN, Zielona Góra 1998, 415–424.
9. Siwczyński M.: *Zastosowanie metod sztucznych sieci neuronowych do syntezy obwodów kompensacyjnych i dopasowujących*. JUEE 1998, 2, 69–75.
10. Siwczyński M.: *Zastosowanie samonaprowadzających procedur optymalizacyjnych do zagadnień poprawiania jakości energii elektrycznej*. JUEE 1999, 1, 87–92.
11. Siwczyński M., Kłosiński R.: *Optymalizacyjne podejście do zagadnień poprawiania jakości energii elektrycznej*. JUEE 2, 1996, 43–54.
12. Siwczyński M., Siwczyńska Z.: *Synteza aktywnych obwodów kompensacyjnych z okresowo zmiennymi parametrami*. XVI-SPETO-1993, Gliwice, 483–489.
13. Siwczyński M., Swat K., Wróbel R.: *Synteza wielorotnikowych obwodów kompensacyjnych w układach liniowych z okresowo zmiennymi parametrami*. JUEE 1998, 1, 41–52.



Prof. dr hab. inż. Maciej Siwczyński

Urodził się w 1946 roku. Studia ukończył w 1969 na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Doktoryzował się w 1974, a habilitował w 1983 w Politechnice Śląskiej. Tytuł profesora otrzymał w 1998 r. Od 1991 jest profesorem nadzwyczajnym w Politechnice Krakowskiej. Zajmuje się analizą funkcjonalną i energetyczną teorią obwodów, a także zagadnieniami probabilistycznymi w dynamice. Jest autorem czterech monografii oraz około stu publikacji naukowych w tych dziedzinach.