

## ZASTOSOWANIE TEORII MOCY CHWILOWEJ DO STEROWANIA ENERGETYCZNYCH FILTRÓW AKTYWNYCH<sup>1)</sup>

### *Application of the Instantaneous Power Theory to Active Power Filter Control*

Ryszard STRZELECKI

Politechnika Zielonogórska

**Streszczenie:** W artykule omówiono możliwości wykorzystania teorii mocy chwilowej do sterowania energetycznych filtrów aktywnych (APF) w przypadkach równoległej kompensacji prądowej w liniach zasilających. Rozpatrzono zasady wydzielenia kompensowanych składowych na podstawie teorii mocy chwilowej w różnych ujęciach i ich rozwinięciach — modyfikacjach, w tym również w przypadku niesymetrycznego odbiornika i niesymetrycznego zasilania linii. Podano odpowiednie zależności wynikowe dla wymaganych prądów kompensujących kształtowanych przez układy APF. Rozważania teoretyczne potwierdzono przykładowymi wynikami badań symulacyjnych ilustrującymi efekty działania układów APF w zależności od realizowanej zasady wydzielenia kompensowanych składowych.

**Summary:** This paper describes the possibilities of applying the instantaneous power theory to control active power filters (APF) in parallel current compensation circuits for power supply lines. Principles of compensated component separation based on the instantaneous power theory were considered in various formulations, including the cases of asymmetric load and asymmetric line supply. Corresponding resulting relations were formulated for the requested APF compensating currents. The theoretical considerations were confirmed by examples of simulation tests, illustrating the functioning of APF system depending on the applied component separation method.

### 1. WPROWADZENIE

Postęp osiągnięty w ostatnich dwóch dziesięcioleciach w dziedzinach związanych z użytkowaniem energii elektrycznej spowodował znaczny wzrost liczby odbiorników o nieliniowych i niejednoznacznych charakterystykach napięciowo-prądowych. Odbiorniki takie są źródłami zarówno wyższych harmonicznych, jak i przesunięć fazowych prądów w liniach zasilających. W układach 3-fazowych może występować również niesymetria prądów.

Składowe prądu związane z przesunięciem fazowym, niesymetrią i wyższymi harmonicznymi powodują wzrost mocy ustalonej urządzeń zasilających oraz dodatkowe straty mocy czynnej. Ich oddziaływanie na linię zasilającą przejawia się również w niesymetrii i odkształceniu napięcia oraz zakłóceniach elektromagnetycznych, co wpły-

wa niekorzystnie na inne odbiorniki energii elektrycznej (w tym na systemy zabezpieczeń, automatyki, sterowania, łączności). Skutkiem tego mogą być znaczne straty ekonomiczne spowodowane zmniejszeniem niezawodności i okresu użytkowania, a niekiedy nawet uniemożliwieniem poprawnej pracy wielu urządzeń. Konieczne staje się stosowanie skutecznych układów kompensacyjno-filtracyjnych.

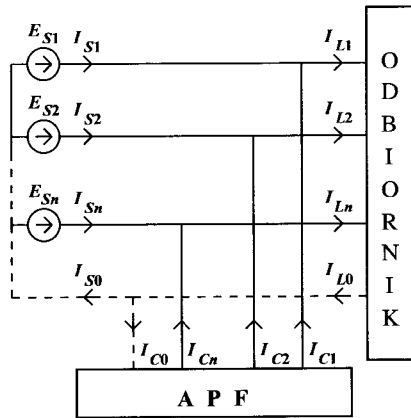
W celu ograniczenia oddziaływania odbiorników na linię zasilającą na poziomie dopuszczalnym przez normy (szczególnie rygorystyczne dla wyższych harmonicznych [4]), zamiast kompensatorów tradycyjnych [7, 13] (w tym układów FC/TCR) coraz powszechniej stosowane są kompensatory energoelektroniczne z zaworami wyłączalnymi. Wśród nich perspektywiczne są układy energetycznych filtrów aktywnych (APF) realizujące równoległą kcompen-

<sup>1)</sup> Niniejszy artykuł jest pierwszym z planowanych przez autora i obejmujących zagadnienia związane z poprawą jakości energii elektrycznej z zastosowaniem filtrów aktywnych i hybrydowych. Praca dotowana jest przez KBN w ramach projektu badawczego pt. „Metody i środki poprawy jakości mocy w trójfazowych systemach energetycznych”. Nr projektu badawczego — 8T10B 062 08.

sację prądową [6, 10, 13, 14]. Układy te charakteryzują się znacznie lepszymi właściwościami dynamicznymi niż kompensatory tradycyjne, umożliwiają realizację ich wszystkich funkcji, a poza tym:

- kompensację składowej przeciwnej prądu przy niesymetrycznym napięciu zasilania,
- redukcję wyższych harmonicznym prądu praktycznie niezależną od impedancji linii zasilającej i na poziomie nieosiągalnym dla filtrów biernych LC.

Na rysunku 1 przedstawiono model ogólny systemu linia zasilająca ↔ odbiornik ↔ energetyczny filtr aktywny (APF). Działanie układu APF polega na kształtowaniu prądów kompensujących  $[I_C]$  równych (co do wartości chwilowych) niepożądanym — kompensowanym składowym prądów odbiornika  $[I_L]$ . Podstawowym problemem jest wydzielenie tych składowych. Prądy  $[I_C]$  nie mogą przy tym powodować ciągłego poboru lub oddawania mocy czynnej. Występuje to tylko wówczas, gdy układ APF uczestniczy w przekazywaniu energii.



Rys.1. Ogólny model wielofazowego systemu linia zasilająca ↔ odbiornik ↔ energetyczny filtr aktywny (APF)

Oznaczenia wektorów:

- napięcie fazowych linii  $[E_S] = [E_{S1}, E_{S2}, \dots, E_{Sn}]$
- prądów obciążenia  $[I_L] = [I_{L1}, I_{L2}, \dots, I_{Ln}]$
- prądów linii  $[I_S] = [I_{S1}, I_{S2}, \dots, I_{Sn}]$
- prądów kompensujących  $[I_C] = [I_{C1}, I_{C2}, \dots, I_{Cn}]$

Wymagane (wzorcowe) wartości chwilowe prądów kompensujących  $[I_C]$  są często wyznaczone na podstawie teorii mocy chwilowej [1, 2, 3, 5, 9, 14]. Wiąże się to z możliwością uzyskania bardzo szybkiej reakcji układu APF na zmiany kompensowanych składowych prądów  $[I_L]$  oraz względnie prostą realizacją jego sterownika. Dla tej teorii wielkościami podstawowymi są:

- a) moc chwilowa czynna —  $p$ ,
- b) moc chwilowa bierna —  $q$ .

Moce te (dla obciążenia —  $p_L, q_L$ ; dla linii zasilającej —  $p_S, q_S$ ; dla układu APF —  $p_C, q_C$ ) wyznacza się ze wzorów:

$$\begin{aligned} a) p &= [E][I]^T && \text{— moc chwilowa czynna,} \\ b) q &= [E_q][I]^T && \text{— moc chwilowa bierna} \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

- $[I]$  — odpowiednio prądy  $[I_L], [I_S], [I_C]$ ;
- $[E_q] = [E_S][C_q]^T$  — napięcia prostopadłe do napięć fazowych  $[E_S]$ ;

$[C_q]$  — macierz transformacji; inne oznaczenia jak na rysunku 1.

Obszar zastosowania teorii mocy chwilowej zależy przy tym od przyjętego ujęcia kompensacji, związanego między innymi z postacią macierzy transformacji  $[C_q]$ , oraz jego rozwinięcia i modyfikacji. Publikacje na ten temat, w tym i zagraniczne, są rozproszone głównie w materiałach konferencyjnych i dotyczą na ogół tylko wybranych zagadnień. W szczególności niewystarczająco są rozpatrzone przypadki niesymetrycznego obciążenia i zasilania. Brak jest również prac obejmujących całościowo problematykę wydzielenia kompensowanych składowych na podstawie teorii mocy chwilowej.

Celem niniejszego artykułu jest kompleksowe omówienie możliwości różnych ujęć teorii mocy chwilowej (oraz ich rozwinięć — modyfikacji) w zastosowaniu do wydzielenia kompensowanych składowych prądów linii zasilającej, tj. do sterowania układami APF.

## 2. UJĘCIA PODSTAWOWE KOMPENSACJI (WG H. AKAGI [1] ORAZ T. FURUHASHI [5])

W ujęciu podstawowym kompensacji, na podstawie teorii mocy chwilowej wg H. Akagi [1, 2], wartości chwilowe prądów  $[I_C]$  są wyznaczone z jednego z następujących układów równań:

$$\begin{aligned} a) \quad [E_q][I_C]^T &= q_C = q_L = q \\ [E][I_C]^T &= p_C = 0 \end{aligned}$$

lub

$$b) \quad [E] \left\{ [I_L]^T - [I_C]^T \right\} = p = p_L = p_S$$

$$[E_q] \left\{ [I_L]^T - [I_C]^T \right\} = q_S = 0$$

Równania te wynikają z założenia, że układ APF kompensuje wyłącznie wszystkie składowe prądów odbiornika związane z mocą bierną  $q_L$ . Jest to równoznaczne z tym, że z linii zasilającej do obciążenia jest dostarczana tylko cała chwilowa moc czynna. Z równań (2a) lub (2b) nie można jednak jednoznacznie wyznaczyć prądów kompensujących  $[I_C]$  w systemach 3- i więcej fazowych. Konieczne jest ich uzupełnienie dodatkowymi zależnościami, w tym równaniem prądu w przewodzie neutralnym kompensatora:  $[I_C][\mathbf{1}] = I_{C0}$ , gdzie:  $[\mathbf{1}]$  — wektor jednostkowy (kolumna).

Uwzględnienie dodatkowej zależności dla prądu  $I_{C0}$  wystarcza dla systemów 3-fazowych. Wyznaczenie tego prądu dla linii 3-przewodowej jest przy tym trywialne ( $I_{C0} = I_{C1} + I_{C2} + I_{C3} = 0$ ). Równie prosto można wyznaczyć prąd  $I_{C0}$  dla linii 4-przewodowej, zakładając prąd przewodu neutralnego linii  $I_{S0} = 0$  ( $I_{C0} = I_{C1} + I_{C2} + I_{C3} = I_{L0}$ ). W przeciwnym przypadku, w szczególności jeśli  $E_{S1} + E_{S2} + E_{S3} \neq 0$ , nie wiadomo, jak w sposób właściwy

uzupełnić równania (2a) lub (2b). To samo dotyczy systemów więcej niż 3-fazowych. Problem ten nie występuje dla optymalizacyjnego ujęcia kompensacji na podstawie teorii mocy chwilowej wg T. Furuhashi [5].

Ujęcie optymalizacyjne kompensacji pozwala jednoznacznie wyznaczyć prądy kompensujące  $[I_C]$  w systemie linia zasilająca  $\leftrightarrow$  odbiornik  $\leftrightarrow$  energetyczny filtr aktywny (APF) o dowolnej liczbie faz i przewodów. W tym celu przeprowadza się minimalizację funkcjonału:

$$\left\{ [I_L] - [I_C] \right\} \left\{ [I_L]^T - [I_C]^T \right\} \Rightarrow \min \quad (3)$$

tj. chwilowej wartości skutecznej wszystkich prądów linii zasilającej. Dla systemów  $n$ -fazowych  $n$ -przewodowych funkcjonał (3) jest minimalizowany względem prądów  $[I_{C1}, I_{C2}, \dots, I_{Cn-1}]$  z uwzględnieniem ograniczenia:

$$a) \quad [E_S][I_C]^T = p_C = 0 \quad (4)$$

lub

$$b) \quad [E] \left\{ [I_L]^T - [I_C]^T \right\} = p_S = p_L = 0$$

oraz równania  $[I_C] \times [1] = I_{C0} = 0$ . Wynikiem minimalizacji jest układ  $n-1$  równań liniowych, którego jednoznacznym rozwiązaniem są niezależne prądy kompensujące  $[I_{C1}, I_{C2}, \dots, I_{Cn-1}]$ . W przypadku systemów  $n$ -fazowych  $n+1$ -przewodowych funkcjonał (3) jest minimalizowany względem wszystkich prądów  $[I_C]$  z uwzględnieniem wyłącznie ograniczenia (4a) lub (4b). Z otrzymanego układu  $n$  równań liniowych są wyznaczone prądy  $[I_{C1}, I_{C2}, \dots, I_{Cn-1}, I_{Cn}]$ .

Na podstawie przedstawionych powyżej ujęć kompensacji, w przypadku systemów 3-fazowych, dla których macierz transformacji  $[C_q]$  i powiązana z nią zależność na chwilową moc bierną (wzór (1b)) przyjmują postać:

$$a) \quad [C_q] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$b) \quad q = \frac{1}{\sqrt{3}} [E_{S1} \ E_{S2} \ E_{S3}] \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

można otrzymać następujące równania wynikowe dla prądów  $[I_C] = [I_{C1}, I_{C2}, I_{C3}]$ :

— dla linii 3-przewodowej (w ujęciu T. Furuhashi i H. Akagi)

$$(6) \quad \begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} - \frac{(p_S = p_L = p)}{2(E_{S1}^2 + E_{S2}^2 + E_{S3}^2 - E_{S1}E_{S2} - E_{S2}E_{S3} - E_{S3}E_{S1})} \begin{bmatrix} 2E_{S1} - E_{S3} - E_{S2} \\ 2E_{S2} - E_{S1} - E_{S3} \\ 2E_{S3} - E_{S2} - E_{S1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

— dla linii 4-przewodowej  
w ujęciu T. Furuhashi

$$\begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} - \frac{(p_S = p_L = p)}{(E_{S1}^2 + E_{S2}^2 + E_{S3}^2)} \begin{bmatrix} E_{S1} \\ E_{S2} \\ E_{S3} \end{bmatrix} \quad (7)$$

przy czym:

$$I_{C0} = I_{L0} - p(E_{S1} + E_{S2} + E_{S3}) / (E_{S1}^2 + E_{S2}^2 + E_{S3}^2) \quad (8)$$

w ujęciu H. Akagi:

a) równanie (6) — przy założeniu  $I_{S0} = 0$ : ( $I_{C0} = I_{C1} + I_{C2} + I_{C3} = I_{L0}$ )

b) równanie (7) — jeśli  $I_{C0}$  jak z zależności (8).

Ze wzoru (8) wynika przy tym oczywisty wniosek, że jeśli  $E_{S1} + E_{S2} + E_{S3} = 0$ , to:

a) prąd w przewodzie neutralnym kompensatora  $I_{C0}$  powinien być równy prądowi w przewodzie neutralnym odbiornika  $I_{L0}$ , tj.  $I_{S0} = 0$ ;

b) równania (6) i (7) są tożsamościowe. Ponieważ warunek  $I_{L0} = I_{C0}$  ( $I_{S0} = 0$ ) jest bardzo ważny w praktyce, dalej są rozważane tylko przypadki kompensacji przy braku prądu w przewodzie neutralnym linii.

W tablicy 1 przedstawiono przykładowe przebiegi prądów odbiornika i linii po kompensacji na podstawie zależności (6) lub (7) w systemie 3-fazowym 3-przewodowym, zasilanym symetrycznym układem napięć fazowych. Po kompensacji nie występują przesunięcia fazowe i zmniejsza się zawartość wyższych harmonicznych oraz niesymetria prądów linii zasilającej. Pozostające odkształcenia i asymetria tych prądów wynikają z przyjętego założenia  $p_L = p_S$  (patrz równania (2) i (4)). Ich pełna redukcja jest możliwa w przypadku rozwinięcia podstawowych ujęć kompensacji, w sposób pozwalający wydzielić wpływ pulsacji chwilowej mocy czynnej odbiornika [3, 11, 14].

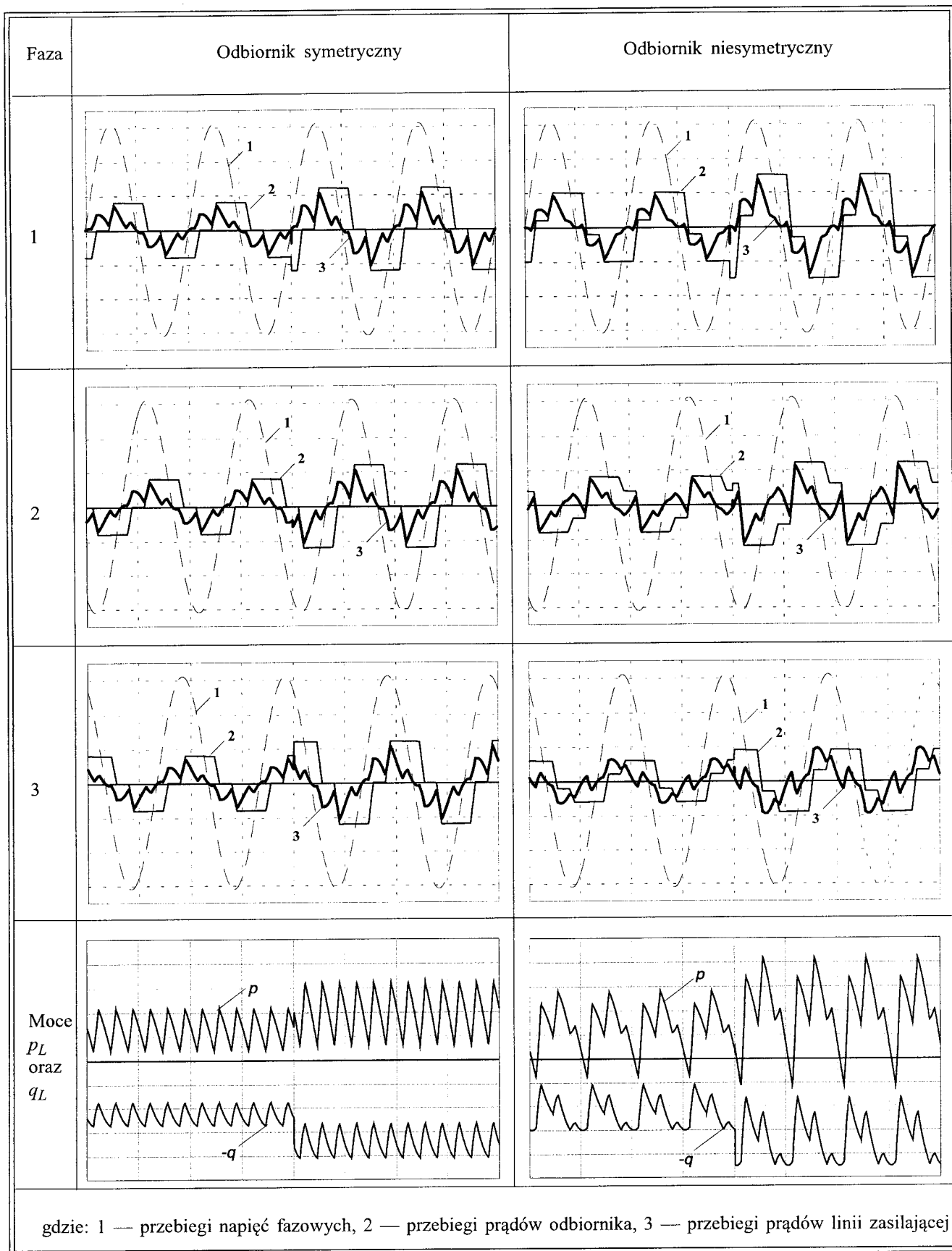
### 3. ROZWINIĘCIE PODSTAWOWYCH UJĘĆ KOMPENSACJI DLA SYSTEMÓW 3-FAZOWYCH

Ujęcia kompensacji na podstawie teorii mocy chwilowej dla systemów 3-fazowych częściej rozpatrywane są we współrzędnych ortogonalnych  $\alpha$ - $\beta$ -0 niż we współrzędnych fazowych 1-2-3, np. [14]. Zamiana współrzędnych jest przeprowadzana wg następujących wzorów:

$$\begin{bmatrix} E_{S\alpha} \\ E_{S\beta} \\ E_{S0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{S1} \\ E_{S2} \\ E_{S3} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \\ I_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Tabela 1. Przebiegi prądów i napięć w systemie 3-fazowym 3-przewodowym po kompensacji wg wzoru (6) lub (7)



Zależności (1a) i (1b) na moce chwilowe czynną i bierną przyjmują przy tym postać:

$$\begin{aligned} \text{a) } p &= p_{\alpha,\beta} + E_{S0}I_0 = p = E_{S\alpha}I_{\alpha} + E_{S\beta}I_{\beta} + E_{S0}I_0 \\ \text{b) } q &= q_{\alpha,\beta} = E_{S\alpha}I_{\beta} - E_{S\beta}I_{\alpha} \end{aligned} \quad (10)$$

Zasadniczą zaletą współrzędnych  $\alpha$ - $\beta$ -0 jest możliwość prostej realizacji równań wynikowych dla prądów kompensujących, przede wszystkim jeśli składowe zerowe  $E_{S0}=0$  lub/i  $I_0=0$ . W rozważaniach narzuca się waru-

nek  $I_{S0}=0$  (brak prądu w przewodzie neutralnym linii zasilającej). Uwzględniając to, podstawowe ujęcia kompensacji można najłatwiej rozwinąć przez zadanie pożądanych przebiegów mocy chwilowych czynnej —  $\hat{p}_S$  i biernej —  $\hat{q}_S$  pobieranych z linii zasilającej (wartości średnie mocy  $\hat{p}_S$  i chwilowej mocy czynnej obciążenia muszą być równe). W tym przypadku wartości chwilowe prądów kompensujących  $[I_{C\alpha}, I_{C\beta}, I_{C0}]$  są wyznaczane na podstawie równań:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{bmatrix} E_{S\alpha} & E_{S\beta} \\ -E_{S\beta} & E_{S\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{S\alpha} \\ I_{S\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_S \\ q_S \end{bmatrix} \\ \text{b)} \quad & \begin{aligned} I_{C\alpha} &= I_{L\alpha} - I_{S\alpha} \\ I_{C\beta} &= I_{L\beta} - I_{S\beta} \end{aligned} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{c)} \quad I_{C0} = I_{L0}$$

gdzie:  $\hat{p}_S, \hat{q}_S$  — pożądane moce chwilowe pobierane z linii zasilającej

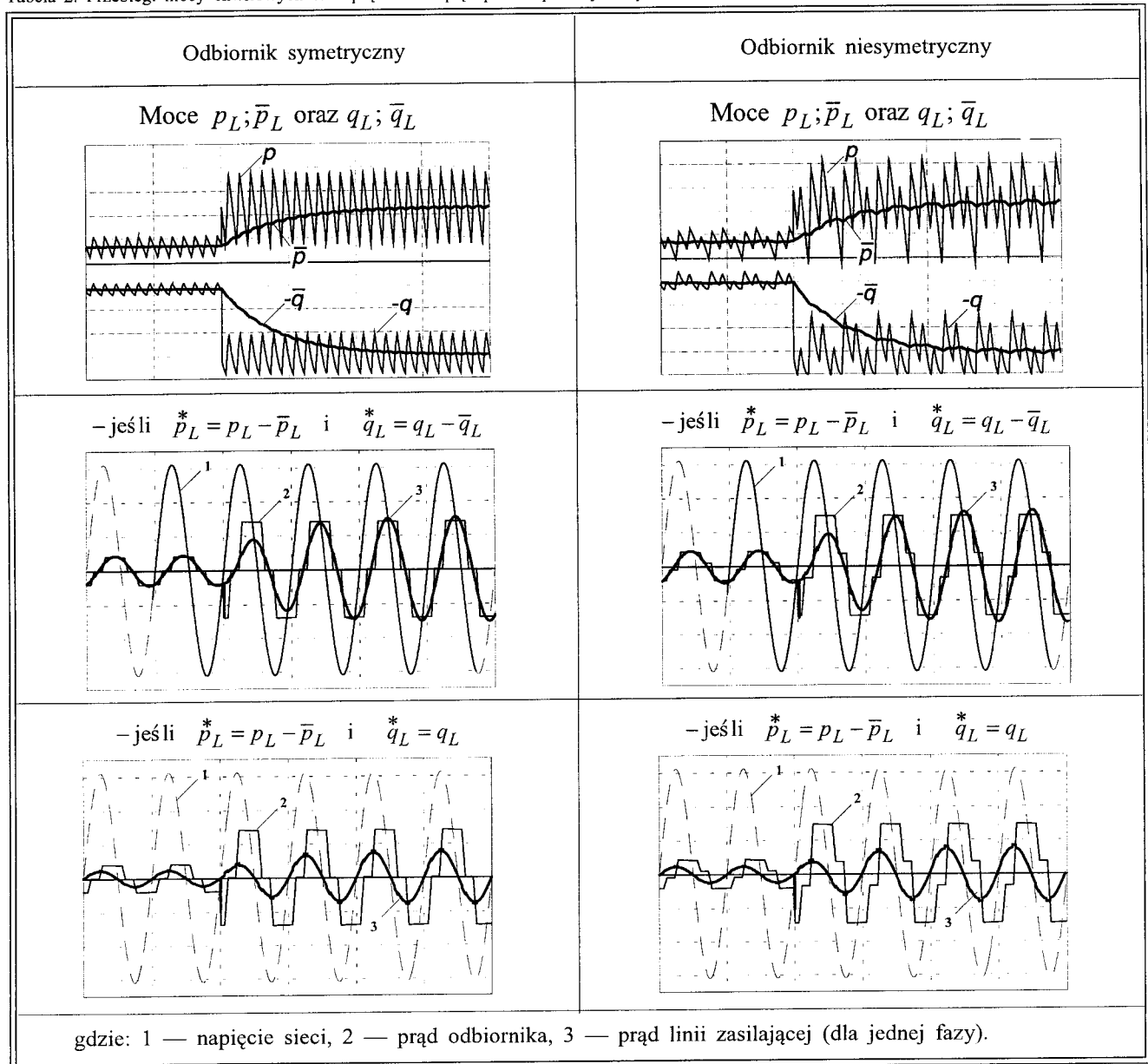
W wyniku otrzymujemy następującą zależność:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{C\alpha} \\ I_{C\beta} \\ I_{C0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \\ I_{L0} \end{bmatrix} - \frac{1}{(E_\alpha^2 + E_\beta^2)} \begin{bmatrix} \hat{p}_S & -\hat{q}_S \\ \hat{q}_S & \hat{p}_S \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{S\alpha} \\ E_{S\beta} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{L0} \end{bmatrix} + \frac{1}{(E_\alpha^2 + E_\beta^2)} \begin{bmatrix} \hat{p}_L^* - E_{S0} I_{L0} & -\hat{q}_L^* \\ \hat{q}_L^* & \hat{p}_L^* - E_{S0} I_{L0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{S\alpha} \\ E_{S\beta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

gdzie:

$\hat{p}_L^* = p_L - \hat{p}_S$ ;  $\hat{q}_L^* = q_L - \hat{q}_S$  — kompensowane składowe moce chwilowych  $p_L$  i  $q_L$  (odbiornika).

Tabela 2. Przebiegi mocy chwilowych oraz prądów i napięć po kompensacji na podstawie zależności (12)



W tablicy 2 przedstawiono przebiegi czasowe mocy chwilowych i prądów ilustrujące możliwości kompensacji na podstawie wzoru (12), przy zasilaniu linii symetrycznym układem napięć sinusoidalnych. Jeśli pożądane moce chwilowe pobierane z linii są równe średnim wartościom mocy chwilowych odbiornika  $\bar{p}_L$  i  $\bar{q}_L$ , tj:

$$\hat{p}_S = \bar{p}_L \quad (\hat{p}_L^* = p_L - \bar{p}_L)$$

i

$$\hat{q}_S = \bar{q}_L \quad (\hat{q}_L^* = q_L - \bar{q}_L)$$

to układ APF kompensuje wyższe harmoniczne i składowe kolejności przeciwnej o częstotliwości podstawowej. Dla pełnej kompensacji, gdy prądy linii powinny zawierać tylko składowe czynne kolejności zgodnej o częstotliwości podstawowej, należy przyjąć:

$$\hat{p}_S = \bar{p}_L \quad (\hat{p}_L^* = p_L - \bar{p}_L)$$

i

$$\hat{q}_S = 0 \quad (\hat{q}_L^* = q_L)$$

Jeżeli zadaniem układu APF przy niesymetrycznym obciążeniu linii jest kompensacja tylko wyższych harmonicznych, to założenie (13) i zależność (12) nie są właściwe (są kompensowane zarówno wyższe harmoniczne, jak i składowe kolejności przeciwnej o częstotliwości podstawowej). W tym przypadku, korzystając ze wzorów:

$$\begin{bmatrix} E_{S\alpha} & E_{S\beta} \\ -E_{S\beta} & E_{S\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_L^+ \\ q_L^+ \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} E_{S\alpha} & -E_{S\beta} \\ E_{S\beta} & E_{S\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_L^- \\ q_L^- \end{bmatrix}$$

należy wyznaczyć wartości średnie  $\bar{p}_L^+$ ,  $\bar{q}_L^+$ ,  $\bar{p}_L^-$ ,  $\bar{q}_L^-$  moce chwilowych dla zgodnego (+) i przeciwnego (-) kierunku wirowania wektora napięć (zamiana faz). Ponieważ moce chwilowe pobierane po kompensacji z linii zasilającej (dla obydwu kierunków napięć) powinny być równe tym wartościom, tj.:

$$\hat{p}_S^+ = \bar{p}_L^+, \quad \hat{q}_S^+ = \bar{q}_L^+, \quad \hat{p}_S^- = \bar{p}_L^-, \quad \hat{q}_S^- = \bar{q}_L^- \quad (15)$$

to pożądane składowe prądu sieci kolejności zgodnej i przeciwnej można wyznaczyć z zależności:

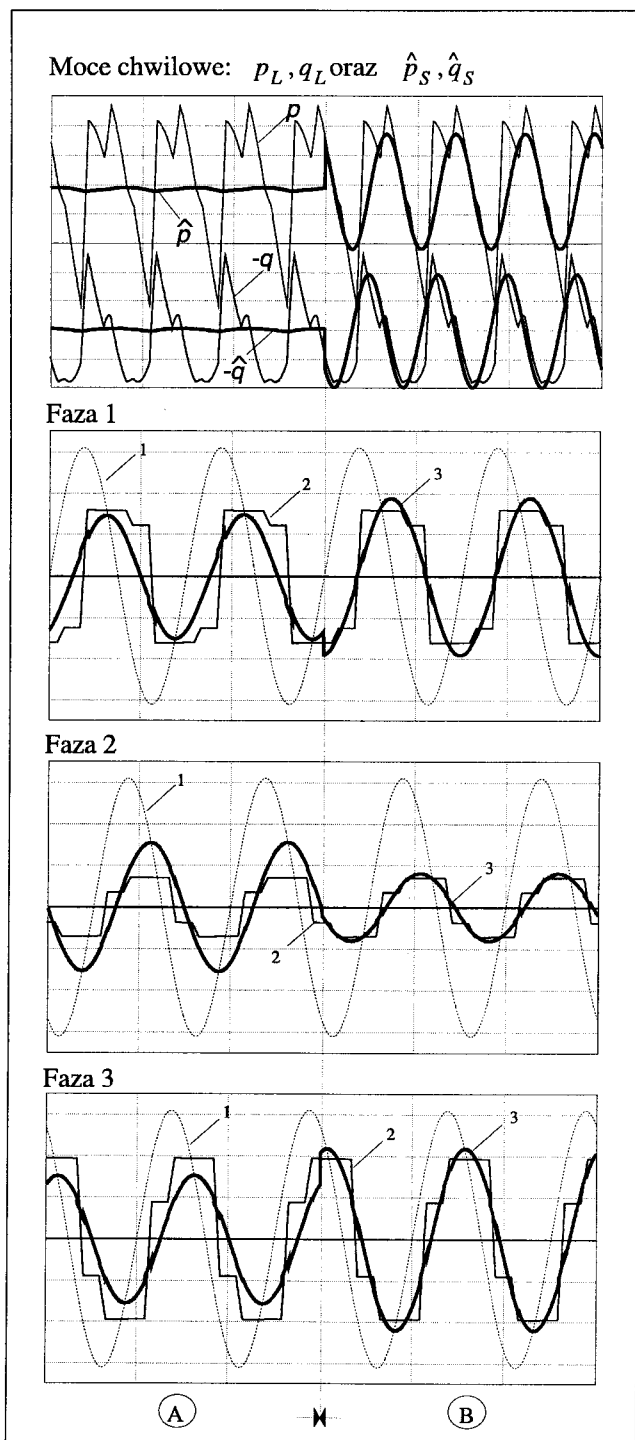
$$\begin{bmatrix} I_{S\alpha}^+ \\ I_{S\beta}^+ \end{bmatrix} = \frac{1}{(E_{S\alpha}^2 + E_{S\beta}^2)} \begin{bmatrix} \hat{p}_S^+ & -\hat{q}_S^+ \\ \hat{q}_S^+ & \hat{p}_S^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{S\alpha} \\ E_{S\beta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{S\alpha}^- \\ I_{S\beta}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{(E_{S\alpha}^2 + E_{S\beta}^2)} \begin{bmatrix} \hat{p}_S^- & \hat{q}_S^- \\ \hat{q}_S^- & -\hat{p}_S^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{S\alpha} \\ E_{S\beta} \end{bmatrix}$$

Uwzględniając wzory (15), (16) i (11b,c), równanie wynikowe dla prądów  $[I_{C\alpha}, I_{C\beta}, I_{C0}]$  przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} I_{C\alpha} \\ I_{C\beta} \\ I_{C0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \\ I_{L0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{S\alpha}^+ + I_{S\alpha}^- \\ I_{S\beta}^+ + I_{S\beta}^- \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \\ I_{L0} \end{bmatrix} -$$

$$\frac{1}{(E_{S\alpha}^2 + E_{S\beta}^2)} \begin{bmatrix} \hat{p}_S^+ + \hat{p}_S^- & \hat{q}_S^- - \hat{q}_S^+ \\ \hat{q}_S^+ + \hat{q}_S^- & \hat{p}_S^+ - \hat{p}_S^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{S\alpha} \\ E_{S\beta} \end{bmatrix}$$



Rys. 2. Przebiegi ilustrujące kompensację wyższych harmonicznych na podstawie: A — założenia (13) i wzoru (12), B — równania (17)

Na rysunku 2 przedstawiono przykładowe przebiegi czasowe mocy chwilowych, prądów i napięć (numeracja przebiegów jak w tablicach 1 i 2), ilustrujące właściwości kompensacji wyższych harmonicznych przy obciążeniu niesymetrycznym na podstawie równania (17) oraz na podstawie założenia (13) i wzoru (12). Prądy  $[I_{C\alpha}, I_{C\beta}, I_{C0}]$  wyznaczone wg zależności (17) są znacznie mniejsze, ponieważ nie kompensują składowych prądów odbiornika o częstotliwości podstawowej i kolejności przeciwnej. Ta właściwość ma szczególnie duże znaczenie przy sterowaniu kompensatorów hybrydowych [13], w których układy APF (z możliwymi dodatkowymi filtrami biernymi) stosuje się wyłącznie do kompensacji wyższych harmonicznych.

#### 4. UJĘCIA KOMPENSACJI PRZY ZASILANIU NIESYMETRYCZNYM SYSTEMÓW 3-FAZOWYCH

W wielu praktycznych przypadkach przebiegi czasowe napięć zasilających  $[E_S]=[E_{S1}, E_{S2}, E_{S3}]$  nie spełniają warunku symetrii. Przy takich napięciach układy APF kształtujące prądy  $[I_{C\alpha}, I_{C\beta}, I_{C0}]$  na podstawie wzorów przedstawionych w § 2 nie kompensują poprawnie niepożądanych składowych prądu odbiornika. Układy te generują dodatkowe wyższe harmoniczne prądów nie związane z kompensowanymi składowymi, ponieważ mianownik w równaniach wynikowych dla prądów kompensujących nie przyjmuje wartości stałej. Bezpośrednią przyczyną jest niewłaściwa postać macierzy transformacji  $[C_q]$  dla napięć niesymetrycznych, przyjmowana w podstawowych ujęciach kompensacji. W następstwie błędnie są określane napięcia  $[E_q]$  prostopadłe do napięć fazowych  $[E_S]$  oraz chwilowa moc bierna.

W przypadku niesymetrycznych napięć zasilających dla poprawnego działania układu APF należy korzystać z określenia napięć prostopadłych  $[E_q]$  wg Y. Komatsu [9]. Jest ono ogólniejsze niż dla podstawowych ujęć kompensacji, ponieważ napięcia prostopadłe  $[E_q]$  są wyznaczone oddzielnie dla każdej fazy przez przesunięcie napięć  $[E_S]$  o kąt  $\pi/2$  (a nie na podstawie napięć międzyfazowych — wzór (5b)). Dla systemów 3-fazowych macierz  $[C_q]$ , napięcia  $[E_q]$  i zależność na moc chwilową bierną są następujące:

$$a) \quad [C_q] = \begin{bmatrix} \delta(t+T_s/4) & 0 & 0 \\ 0 & \delta(t+T_s/4) & 0 \\ 0 & 0 & \delta(t+T_s/4) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$b) \quad [E_q]^T = \begin{bmatrix} E'_{S1} \\ E'_{S2} \\ E'_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{S1}(t+T_s/4) \\ E_{S2}(t+T_s/4) \\ E_{S3}(t+T_s/4) \end{bmatrix}$$

$$c) \quad q = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_{S1} \\ E'_{S2} \\ E'_{S3} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$T_S$  — okres napięcia linii zasilającej;  
 $\delta(t+T_s/4)$  — operator przesunięcia o 1/4 okresu  $T_S$ .

Uwzględniając zależność (18c) i wzór (1a) na moc chwilową czynną ( $p=E_{S1}I_1+E_{S2}I_2+E_{S3}I_3$ ), a także zakładając, jak wcześniej, pełną kompensację prądu w przewodzie neutralnym odbiornika (tj.  $I_{L0}=I_{C0}$  lub  $I_{S0}=0$ ), prądy kompensujące  $[I_C]=[I_{C1}, I_{C2}, I_{C3}]$  we współrzędnych fazowych można wyznaczyć na podstawie następującego równania:

$$\begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} - \frac{1}{[(E_{S1}-E_{S3})(E'_{S2}-E'_{S3}) - (E'_{S1}-E'_{S3})(E_{S2}-E_{S3})]} \begin{bmatrix} E'_{S2}-E'_{S3} & E_{S3}-E_{S2} \\ E'_{S3}-E'_{S1} & E_{S1}-E_{S3} \\ E'_{S1}-E'_{S2} & E_{S2}-E_{S1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_S \\ \hat{q}_S \end{bmatrix} \quad (19)$$

gdzie:

$\hat{p}_S, \hat{q}_S$  — pożądane moce chwilowe pobierane z linii zasilającej.

Dla współrzędnych ortogonalnych  $\alpha$ - $\beta$ -0, po przekształceniach wg wzoru (9), równanie to przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} I_{C\alpha} \\ I_{C\beta} \\ I_{C0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \\ I_{L0} \end{bmatrix} - \frac{1}{(E_{S\alpha}E'_{S\beta} - E'_{S\alpha}E_{S\beta})} \begin{bmatrix} E'_{S\beta} & -E_{S\beta} \\ E'_{S\alpha} & E_{S\alpha} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_S \\ \hat{q}_S \end{bmatrix} \quad (20)$$

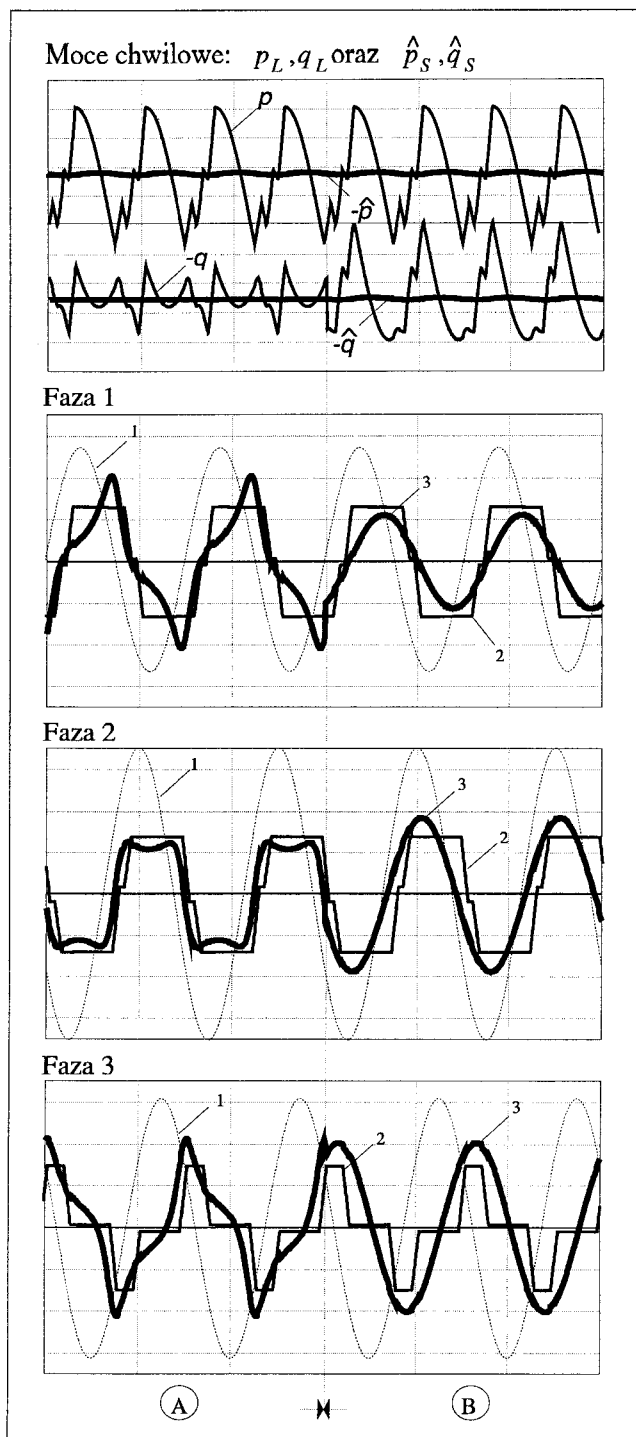
gdzie:

$$E'_{S\alpha} = E_{S\alpha}(t+T_s/4), \quad E'_{S\beta} = E_{S\beta}(t+T_s/4)$$

Na rysunku 3 przedstawiono przykładowe przebiegi czasowe mocy chwilowych, prądów i napięć w systemie 3-fazowym 3-przewodowym po kompensacji na podstawie zależności (12) oraz (20) (lub (19)), przy niesymetrycznym zasilaniu i obciążeniu (numeracja przebiegów jak poprzednio). W obu porównywanych przypadkach przyjęto założenie (13), przy czym moc bierna była wyznaczana ze wzorów:

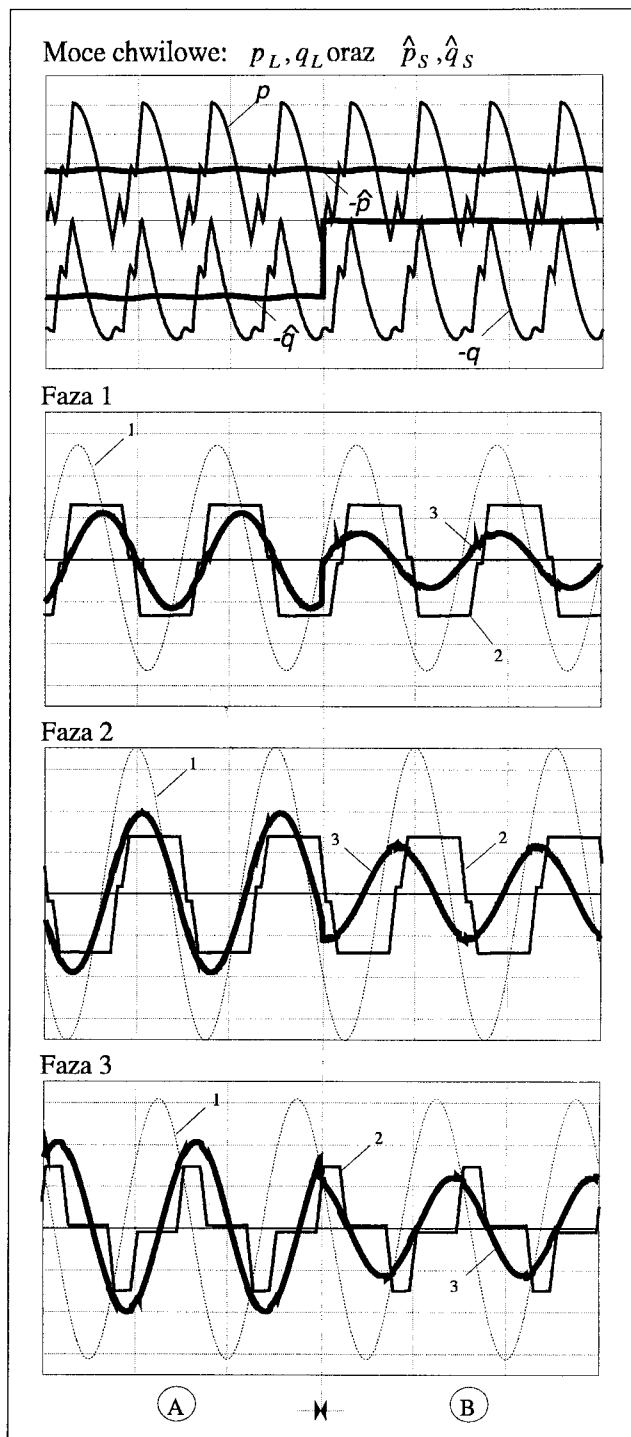
— dla zależności (12)  $q = E_{S\alpha}I_{\beta} - E'_{S\beta}I_{\alpha}$   
 — dla zależności (20)  $q = E'_{S\alpha}I_{\alpha} + E'_{S\beta}I_{\beta}$

Jak należało się spodziewać, prądy linii po kompensacji wg zależności (12) pozostały odkształcone, co nie występuje przy zastosowaniu wzoru (20). Dotyczy to również systemów 3-fazowych 4-przewodowych.



Rys. 3. Przebiegi ilustrujące kompensację na podstawie: A — wzoru (12), B — wzoru (20), przy założeniu:  $\hat{p}_S = \bar{p}_L$ ;  $\hat{q}_S = \bar{q}_L$ .

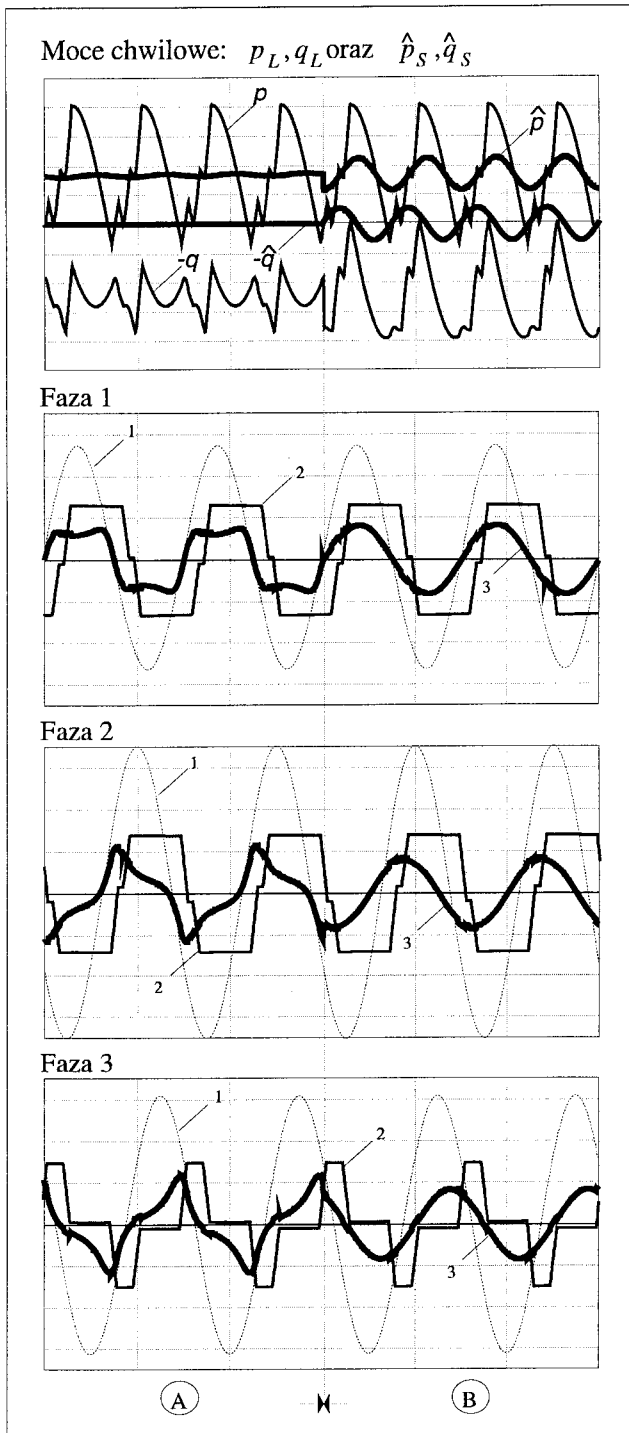
Równanie wynikowe (20) dla prądów kompensujących przy zasilaniu niesymetrycznym można również stosować przy założeniu (14), tj. gdy:  $\hat{p}_S = \bar{p}_L$ ;  $\hat{q}_S = 0$ . Przyjęcie tego założenia powoduje zmniejszenie prądów linii (ponieważ jest całkowicie kompensowana moc chwilowa bierna — wzór (18c)), lecz nie prowadzi do ich symetryzacji. Ilustrują to przebiegi czasowe przedstawione na rysunku 4. Przyczyną jest niesymetria, zarówno prądów odbiornika, jak i napięć zasilających.



Rys. 4. Przebiegi ilustrujące kompensację na podstawie: A — wzoru (20) i założeniu  $\hat{p}_S = \bar{p}_L$ ;  $\hat{q}_S = \bar{q}_L$ , B — wzoru (20) i założeniu:  $\hat{p}_S = \bar{p}_L$ ;  $\hat{q}_S = 0$ .

Z punktu widzenia pracy generatorów zasilających system (zmniejszenie strat), najkorzystniejsza jest kompensacja, w rezultacie której prądy linii będą zawierały tylko składowe czynne o częstotliwości podstawowej i kolejności zgodnej [8]. W warunkach niesymetrii zasilania taka kompensacja nie jest możliwa na podstawie wcześniejszych równań wynikowych dla prądów  $[I_C]$ . Dla jej realizacji pożądane moce chwilowe pobierane z linii zasilającej muszą być określone względem składowych na-





Rys. 5. Przebiegi ilustrujące kompensację na podstawie: A — wzoru (12) i założenia  $\hat{p}_S = \bar{p}_L$ ;  $\hat{q}_S = 0$ ; B — wzoru (23) i założenia:  $\hat{p}_S^{e+} = \bar{p}_L$ ;  $\hat{q}_S^{e+} = 0$ .

pięć o kolejności zgodnej. Moce te (dla przebiegów we współrzędnych  $\alpha$ - $\beta$ -0) można wyznaczyć z zależności:

$$\begin{bmatrix} \hat{p}_S^{e+} \\ \hat{q}_S^{e+} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} E_{S\alpha} + E'_{S\beta} & E_{S\beta} - E'_{S\alpha} \\ E'_{S\alpha} - E_{S\beta} & E'_{S\beta} + E_{S\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{S\alpha} \\ I_{S\beta} \end{bmatrix} \quad (21)$$

ponieważ składowe napięć o kolejności zgodnej wynoszą:

$$E_{S\alpha}^+ = (E_{S\alpha} + E'_{S\beta})/2, \quad E_{S\beta}^+ = (E_{S\beta} + E'_{S\alpha})/2$$

Na podstawie wyrażenia (21) i wzorów (11b,c), zakładając że prądy linii będą składowymi czynnymi o częstotliwości podstawowej, kolejności zgodnej i amplitudzie wymaganej ze względu na średnią moc czynną, tj. gdy:

$$\hat{p}_S^{e+} = \bar{p}_L; \quad \hat{q}_S^{e+} = 0 \quad (22)$$

otrzymujemy następujące równanie wynikowe dla prądów  $[I_{C\alpha}, I_{C\beta}, I_{C0}]$ :

$$\begin{bmatrix} I_{C\alpha} \\ I_{C\beta} \\ I_{C0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L\alpha} \\ I_{L\beta} \\ I_{L0} \end{bmatrix} - \frac{2\bar{p}_L}{\left[ (E_{S\alpha} + E'_{S\beta})^2 + (E_{S\beta} - E'_{S\alpha})^2 \right]} \begin{bmatrix} E'_{S\beta} + E_{S\alpha} \\ -E'_{S\alpha} + E_{S\beta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Właściwości kompensacji wg tego równania, przy niesymetrii napięć i odbiornika, ilustrują przebiegi czasowe przedstawione na rysunku 5 (numeracja przebiegów jak poprzednio). Charakterystyczne pulsacje mocy chwilowych pobieranych z linii zasilającej wokół zakładanych wartości (22) są wynikiem oddziaływania składowych napięć o kolejności przeciwnej z prądami linii (zawierają tylko składowe o kolejności zgodnej). Pulsacje te nie występują, jeśli wykorzystywany jest wzór (20) (patrz rys. 4), ponieważ w tym przypadku nie zachodzi symetryzacja prądów. Na rysunku 5 pokazano również przebiegi czasowe po kompensacji wg zależności (12) i założeniu (14). Porównanie tych przebiegów z otrzymanymi na podstawie równania (23) potwierdza powtórnie (patrz rys. 3) większą skuteczność ujęć kompensacji, korzystających z określenia napięć  $[E_q]$  i mocy biernej wg Y. Komatsu (wzory (18b,c)). Równania wynikowe dla prądów kompensujących (20) i (23) mogą być też bezpośrednio stosowane przy symetrycznym zasilaniu linii, ponieważ w tym przypadku:

$$E'_{S\beta} = E_{S\alpha}, \quad E'_{S\alpha} = -E_{S\beta}.$$

## 5. PODSUMOWANIE

Efekty działania układu APF sterowanego zgodnie z teorią mocy chwilowej w istotny sposób zależą od przyjętego ujęcia kompensacji oraz jego odpowiedniego rozwinięcia — modyfikacji:

— Stosowanie ujęć podstawowych kompensacji wg H. Akagi [1, 2] i T. Furuhasi [5] jest właściwe tylko w warunkach zasilania symetrycznego. Bez odpowiedniego rozwinięcia tych ujęć, polegającego na wydzieleniu pulsacji (lub wartości średnich) mocy chwilowych (wzór (12)), nie jest jednak możliwa pełna kompensacja wyższych harmonicznych oraz asy-

metrii prądów odbiornika. W przypadku odbiornika niesymetrycznego, w celu kompensacji wyłącznie wyższych harmonicznyc (z pominięciem składowych asymetrycznych), konieczna jest dodatkowa modyfikacja związana z wydzieleniem wartości średnich mocy chwilowych dla zgodnego i przeciwnego kierunku wirowania wektora napięć fazowych (wzór (17)).

— W warunkach niesymetrii zasilania poprawne działanie układu APF zapewniają ujęcia kompensacji wykorzystujące określenie napięć prostopadłych do napięć fazowych i chwilowej mocy biernej wg Y. Komatsu [9] (wzór (18)), ogólniejsze niż w pracach H. Akagi i T. Furuhashi. W prosty sposób można np. realizować kompensację, w rezultacie której prądy linii zasilanej niesymetrycznie i również obciążonej odbiornikiem niesymetrycznym będą zawierały tylko składowe czynne o częstotliwości podstawowej i kolejności zgodnej (wzór (23)). Ujęcia te stosowane przy symetrycznym zasilaniu linii dają rezultaty analogiczne jak rozwinięcia ujęć podstawowych. W przypadku zasilania niesymetrycznego pozwalają uzyskać znacznie lepsze efekty kompensacji.

Od ujęcia kompensacji zależy również czas reakcji układu APF na zmiany obciążenia linii. Reakcja jest bezinercyjna tylko przy zastosowaniu mało efektywnych ujęć podstawowych (niepełna kompensacja wyższych harmonicznyc i asymetrii prądów). W przypadku kompensacji harmonicznyc minimalny czas reakcji APF w warunkach symetrii odbiornika i zasilania wynosi 1/6 okresu napięcia zasilania. Jakakolwiek niesymetria wydłuża ten czas do 1/2 okresu.

## LITERATURA

1. Akagi H. i in.: *Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits*. Conf. Rec. IPEC'83, Tokyo 1983, 1375–1386.
2. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.: *Instantaneous reactive power compensator comprising devices without energy storage components*. IEEE Trans. on Ind. Appl. 1984, 20, 625–630.
3. Akagi H., Nabae A., Atoh. S.: *Control strategy of active power filters using multiple voltage-source PWM converters*. IEEE Trans. on Ind. Appl. 1986, 22, 3, 460–465.
4. Cameron M.M.: *Trends in power factor correction with harmonic filtering*. IEEE Trans. on Ind. Appl. 1993, 29, 1, 60–65.
5. Furuhashi T., Okuma S., Uchikawa Y.: *Study on*

- the theory of instantaneous reactive power*. IEEE Trans. on Ind. Electronics, 1990, 37, 1, 86–90.
6. Gyugyi L., Strycula E.C.: *Active ac power filter*. IEEE/IAS Ann. Meet. Conf. Rec., 1976, 529–535.
  7. Hanzelka Z.: *Skuteczność statycznej kompensacji oddziaływania odbiorników na sieć zasilającą*. Monografie, AGH, Kraków 1994.
  8. Hanzelka Z., Biernat Z.: *Sterowanie energetycznym filtrem aktywnym zasilanym niesymetrycznym układem napięć*. Materiały I Konferencji SENE '93, Łódź-Dobieszków, 1993, 183–192.
  9. Komatsu Y., Kawabata T.: *A control method of active power filter in unsymmetrical voltage system*. Conf. Proc. EPE'95, Sevilla, 1995, Vol.1, 1, 904–907.
  10. Malesani L., Rosseto L., Tenti P.: *Active filter for reactive power and harmonic compensation*. Conf. Rec. 17th Annual Meet. IEEE Power Electronic Council, Vancouver 1986, 321–330.
  11. Strzelecki R., Jabłoński W.: *Koncepcje sterowania energetycznym filtrem aktywnym w sieciach trójfazowych obciążonych niesymetrycznie*. Materiały V Sympozjum PPE'93, Gliwice-Ustroń 1993, 523–531.
  12. Strzelecki R., Supronowicz H., Kowalski M.: *Algorytm sterowania filtrów hybrydowych wyższych harmonicznyc prądu sieci*. International Symposium on Modern Control for Power Electronics and Electrical Drives Conference Record, Łódź-Dobieszków, 1993, Vol. 2, 472–480.
  13. Supronowicz H.: *Poprawa współczynnika mocy układów przekształtnikowych*. WNT, Warszawa 1981.
  14. Supronowicz H.: *Metody zmniejszania zawartości wyższych harmonicznyc w prądach pobieranych przez odbiorniki nieliniowe z sieci zasilającej*. Prace Naukowe „Elektryka”, z.98, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1995.



### Dr hab. inż. Ryszard Strzelecki,

profesor Politechniki Zielonogórskiej

Urodził się 28 września 1955 r. w Bydgoszczy. Studia rozpoczął na kierunku telekomunikacja na Wydziale Telekomunikacji i Elektrotechniki Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy, ukończył w 1981 r. na Wydziale Techniki Elektrotechnicznej Politechniki Kijowskiej — specjalność elektronika przemysłowa. W roku 1984 obronił pracę doktorską nt. „Analiza i synteza przekształtników statycznych na podstawie teorii momentów”. Stopień doktora habilitowanego uzyskał w 1991 roku za pracę pt. „Sterowanie predykcyjne przekształtników energoelektronicznyc o komutacji wymuszonej”. Od 1993 roku pracownik WSiInz w Zielonej Górze, obecnie Politechniki Zielonogórskiej. Jego zainteresowania koncentrują się wokół zagadnień kompensacji i eliminacji oddziaływań odbiorników na sieć zasilającą prądu przemiennego, w szczególności metod aktywnej i hybrydowej filtracji wyższych harmonicznyc. Zajmuje się także impulsowymi sterownikami mocy prądu przemiennego. Autor jednej monografii i wielu artykułów.