

W P Ł Y W P R Ą D U O D K S Z T A Ł C O N E G O N A P R O C E S P O W I E R Z C H N I O W E G O N A G R Z E W A N I A I N D U K C Y J N E G O

The Effect of Deformed Current on Surface Induction Heating

Jerzy PASTERNAK, Roman KIEROŃSKI

Akademia Górniczo-Hutnicza

Streszczenie: Rozwój energoelektroniki przyczynił się do powszechniejszego stosowania nagrzewania indukcyjnego, stwarzając możliwość budowy stosunkowo tanich i niezawodnych w działaniu przemienników częstotliwości. Do takich należy falownik napięcia z dwoma tyrystorami zbocznikowanymi diodami, którego właściwości zostały omówione w artykule zamieszczonym w Przeglądzie Elektrotechnicznym [4]. Dla tego typu falownika przeanalizowano zależności określające wyższe harmoniczne prądu. Podano wzory oraz wykreślono ich przebiegi dla dwóch sposobów regulacji mocy falownika. Oceniono wpływ prądu odkształconego na proces powierzchniowego nagrzewania indukcyjnego.

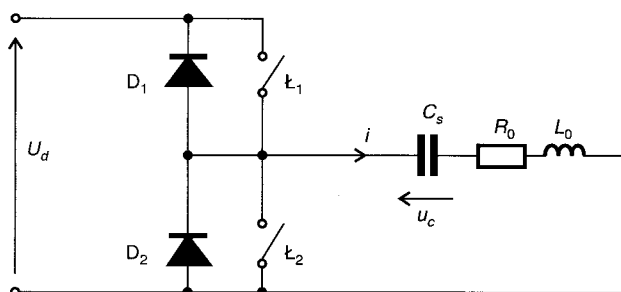
Summary: The development of power engineering electronics has contributed to increasingly wide application of induction heating, offering the possibility of constructing relatively cheap and reliable frequency converters. One such instrument is a voltage inverter with two thyristors shunted with diodes, the properties of which have been discussed in an article published in "Przegląd Elektrotechniczny" [4]. The dependences of the high harmonics of the current are analysed for an inverter of this type. Formulae are given and their courses traced for two modes of controlling the power of the inverter. The effect of deformed current on the process of induction surface heating is assessed.

1. WSTĘP

Prąd nagrzewnicy indukcyjnej zasilanej przez dwułaźnikowy falownik napięcia [4] jest odkształcony. Aby dokładnie opisać zjawiska elektryczne występujące we wsadzie nagrzewanym prądami odkształconymi, konieczna jest znajomość zawartości wyższych harmonicznych występujących w takich prądach. Wyznaczenie rozkładu gęstości mocy we wsadzie przy uwzględnieniu wyższych harmonicznych prądu może mieć istotne znaczenie np. w przypadku nagrzewania powierzchniowego w procesie hartowania powierzchniowego.

2. WYŻSZE HARMONICZNE PRĄDU W DWUŁĄZNIKOWYM FALOWNIKU NAPIĘCIA DO NAGRZEWANIA INDUKCYJNEGO

Schemat układu falownika napięcia z dwoma łącznikami energoelektronicznymi ϵ_1 i ϵ_2 oraz diodami zwrotnymi D_1 , D_2 , przystosowanego do nagrzewania indukcyjnego przedstawiono na rysunku 1.

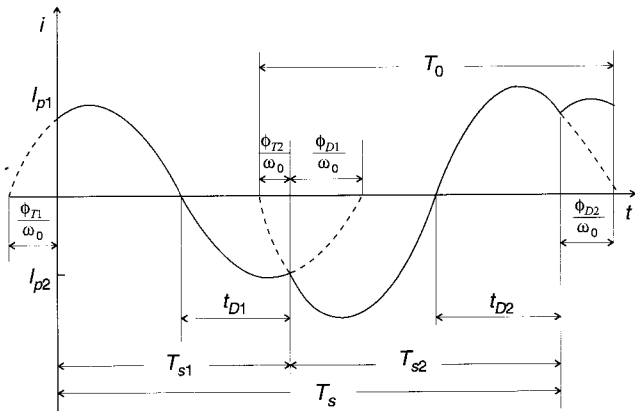


Rys.1. Układ falownika napięcia z dwoma łącznikami zbocznikowanymi diodami

Prąd przemienny i odbiornika R_0L_0 opisuje następujący wzór:

$$i = \begin{cases} \frac{I_{p1}}{\sin \phi_{T1}} e^{-\alpha_0 t} \sin(\omega_0 t + \phi_{T1}) & \text{dla } t \in (0, T_{s1}) \\ \frac{I_{p2}}{\sin \phi_{T2}} e^{-\alpha_0 (t - T_{s1})} \sin[\omega_0 (t - T_{s1}) + \phi_{T2}] & \text{dla } t \in (T_{s1}, T_s) \end{cases} \quad (1)$$

Przebieg tego prądu w czasie T_s jednego cyklu przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Przebieg prądu odbiornika w falowniku z rysunku 1

Taki przebieg prądu można rozłożyć na szereg trygonometryczny Fouriera w postaci:

$$i = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_s t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega_s t) \quad (2)$$

przy czym amplituda k -tej harmonicznej prądu wynosi:

$$I_{mk} = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (3)$$

Składowa stała $\frac{\alpha_0}{2}$ obliczona przy uwzględnieniu wzoru (1) jest równa zero. Współczynniki A_k oraz B_k wynoszą:

$$A_k = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s} i(t) \cos(k\omega_s t) dt = \frac{2}{T_s} \left[\frac{I_{p1}}{\sin \phi_{T1}} F_1 + \frac{I_{p2}}{\sin \phi_{T2}} e^{\alpha_0 T_{s1}} F_2 \right]$$

$$B_k = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s} i(t) \sin(k\omega_s t) dt = \frac{2}{T_s} \left[\frac{I_{p1}}{\sin \phi_{T1}} G_1 + \frac{I_{p2}}{\sin \phi_{T2}} e^{\alpha_0 T_{s1}} G_2 \right]$$

gdzie:

$$F_1 = \int_0^{T_{s1}} e^{-\alpha_0 t} \sin(\omega_0 t + \phi_{T1}) \cos(k\omega_s t) dt =$$

$$= -\frac{e^{-\alpha_0 t}}{2\omega_0} \left\{ \frac{\sin[(1+k')\omega_0 t + \phi_{T1} + \phi_1]}{m_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin[(1-k')\omega_0 t + \phi_{T1} + \phi_2]}{m_2} \right\} \Bigg|_0^{T_{s1}}$$

$$F_2 = \int_{T_{s1}}^{T_s} e^{-\alpha_0 t} \sin(\omega_0 t + \phi_{T2} - \omega_0 T_{s1}) \cos(k\omega_s t) dt =$$

$$= -\frac{e^{-\alpha_0 t}}{2\omega_0} \left\{ \frac{\sin[(1+k')\omega_0 t + \phi_{T2} - \omega_0 T_{s1} + \phi_1]}{m_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin[(1-k')\omega_0 t + \phi_{T2} - \omega_0 T_{s1} + \phi_2]}{m_2} \right\} \Bigg|_{T_{s1}}^{T_s}$$

$$G_1 = \int_0^{T_{s1}} e^{-\alpha_0 t} \sin(\omega_0 t + \phi_{T1}) \sin(k\omega_s t) dt =$$

$$= -\frac{e^{-\alpha_0 t}}{2\omega_0} \left\{ \frac{\sin[(1+k')\omega_0 t + \phi_{T1} - \phi_3]}{m_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin[(1-k')\omega_0 t + \phi_{T1} - \phi_4]}{m_2} \right\} \Bigg|_0^{T_{s1}}$$

$$G_2 = \int_{T_{s1}}^{T_s} e^{-\alpha_0 t} \sin(\omega_0 t + \phi_{T2} - \omega_0 T_{s1}) \sin(k\omega_s t) dt =$$

$$= -\frac{e^{-\alpha_0 t}}{2\omega_0} \left\{ \frac{\sin[(1+k')\omega_0 t + \phi_{T2} - \omega_0 T_{s1} - \phi_3]}{m_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin[(1-k')\omega_0 t + \phi_{T2} - \omega_0 T_{s1} - \phi_4]}{m_2} \right\} \Bigg|_{T_{s1}}^{T_s}$$

$$k' = k \frac{\omega_s}{\omega_0} = \frac{2k\pi}{\omega_0 T_s}; \quad T_s = T_{s1} + T_{s2};$$

$$m_1 = \sqrt{\left(\frac{\alpha_0}{\omega_0}\right)^2 + (1+k')^2}; \quad \operatorname{tg} \phi_1 = \frac{1+k'}{\frac{\alpha_0}{\omega_0}}; \quad \operatorname{tg} \phi_3 = \frac{\frac{\alpha_0}{\omega_0}}{1+k'};$$

$$m_2 = \sqrt{\left(\frac{\alpha_0}{\omega_0}\right)^2 + (1-k')^2}; \quad \operatorname{tg} \phi_2 = \frac{1-k'}{\frac{\alpha_0}{\omega_0}}; \quad \operatorname{tg} \phi_4 = \frac{\frac{\alpha_0}{\omega_0}}{1-k'}$$

Wzory na współczynnik tłumienia α_0 , pulsację ω_0 drgań własnych obwodu $R_0 L_0 C_s$, kąty ϕ_{T1} i ϕ_{T2} oraz prądy początkowe I_{p1} i I_{p2} są podane w [4].

W dalszych obliczeniach posłużono się względnymi wartościami prądów początkowych:

$$I_{p1w} = \frac{I_{p1}}{\omega_0 L_0}; \quad I_{p2w} = \frac{I_{p2}}{\omega_0 L_0}$$

Z analizy powyższych wzorów wynika, że amplitudy I_{mk} poszczególnych harmonicznych prądu zależą od kątów $\psi_1 = \omega_0 t_{D1}$, $\psi_2 = \omega_0 t_{D2}$ przewodzenia diod D_1 i D_2 (t_D — czas przewodzenia diody) i od wielkości $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$ oraz

$$\frac{U_d}{\omega_0 L_0}$$

Następnie obliczono wartości względne amplitud harmonicznych prądu:

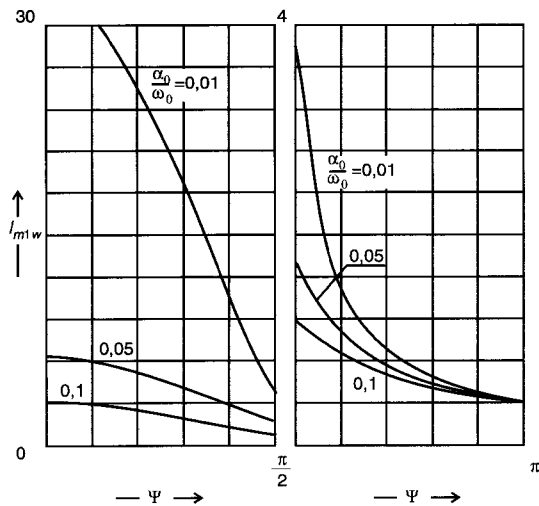
$$I_{mkw} = \frac{I_{mk}}{U_d} \omega_0 L_0 \quad (4)$$

dla dwóch przypadków regulacji mocy:

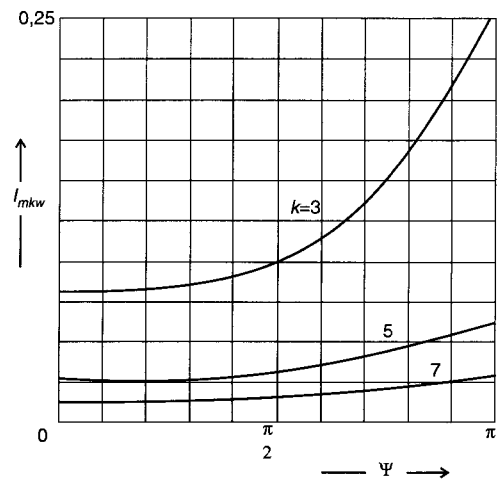
- przez równoczesną jednakową zmianę kątów $\psi_1 = \psi_2 = \psi$ przewodzenia obu diod D_1 i D_2 ,
- przez zmianę kąta ψ_2 przewodzenia diody D_2 przy stałym kącie ψ_1 przewodzenia diody D_1 .

W przypadku (a) przebieg prądu odbiornika jest antysymetryczną funkcją czasu i dlatego nie zawiera harmonicznych parzystych. Dla indukcyjnych urządzeń grzejnych parametr $\frac{\alpha_0}{\omega_0} \in (0,01 - 0,1)$. Na rysunku 3 przedstawiono wyniki obliczeń wartości względnych pierwszej harmonicznej I_{m1w} prądu w funkcji kąta ψ przewodzenia diod dla różnych wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$. Wartość I_{m1w} rośnie przy obniżaniu kąta ψ i to tym szybciej im mniejszy jest parametr $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$. Przy $\psi = \pi$ wielkość I_{m1w} wynosi

0,4, niezależnie od wartości $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$.



Rys. 3. Zależności pierwszej harmonicznej względnej amplitudy prądu I_{m1w} w funkcji kąta ψ przewodzenia diod dla różnych wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$.



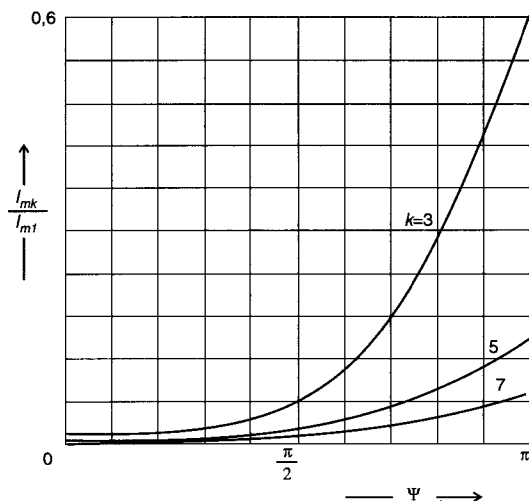
Rys. 4. Zależności k -tej harmonicznej względnej amplitudy prądu I_{mkw} w funkcji kąta ψ przewodzenia diod

Względne wartości wyższych harmonicznych (wh) prądu I_{mkw} ($k = 3, 5, 7$) nie zależą praktycznie od parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$, a zależą tylko od kąta ψ przewodzenia diod. Zależności te przedstawiono graficznie na rysunku 4.

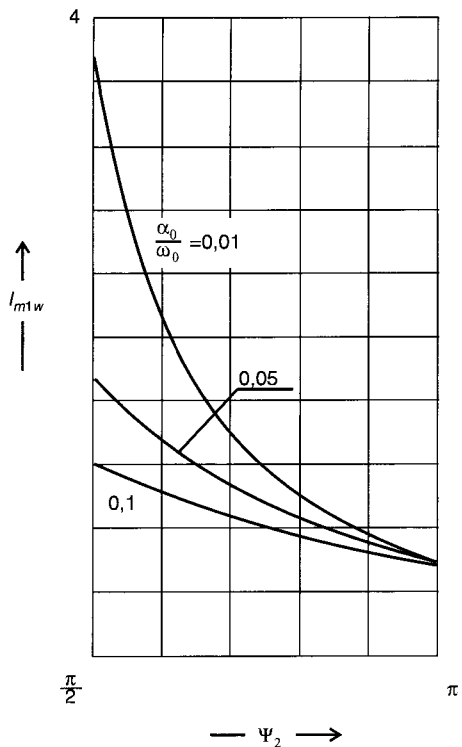
Widać z niego, że zawartość wh w prądzie rośnie wraz ze wzrostem kąta ψ .

Na rysunku 5 przedstawiono iloraz $\frac{I_{mk}}{I_{m1}}$ k -tej harmonicznej prądu do pierwszej harmonicznej w funkcji kąta ψ . Widać z niego, że zawartość procentowa wh prądu rośnie ze wzrostem kąta ψ przewodzenia diod. Przy $\psi = \pi$ trzecia harmoniczna prądu I_{m3} wynosi $0,596I_{m1}$, piąta harmoniczna $I_{m5} = 0,145I_{m1}$ oraz siódma harmoniczna $I_{m7} = 0,069I_{m1}$. W omawianym przypadku prąd odbiornika jest więc silnie odkształcony.

Należy zaznaczyć, że zmniejszanie kątów ψ obu diod dopuszczalne jest do określonej wartości minimalnej $\psi_{\min} = \omega_0 t_{D\min}$, której odpowiada czas $t_{D\min}$ co najmniej równy czasowi t_q potrzebnemu na odzyskanie przez dane



Rys. 5. Zależności ilorazu $\frac{I_{mk}}{I_{m1}}$ od kąta ψ przewodzenia diod



Rys. 6. Zależności pierwszej harmonicznej względnej amplitudy prądu I_{m1w} w funkcji kąta ψ_2 dla $\psi_1 = \pi/2$ oraz różnych wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$

łączniki energoelektroniczne \mathbb{L}_1 i \mathbb{L}_2 właściwości zaworowych.

Obliczenia podobne do powyższych przeprowadzono dla przypadku (b) regulacji mocy przez zmianę tylko kąta ψ_2 przewodzenia diody D_2 . W takim przypadku regulacji występują w prądzie wh parzyste i nieparzyste. Obliczenia wykonano przy założeniu, że $\psi_1 = \pi/2 = \text{const}$ ($t_{D1} \geq t_q$) oraz $\frac{\alpha_0}{\omega_0} \in (0,01 - 0,1)$, a $\psi_2 = \text{var}$. Na rysunku 6 pokazano zależności względnych wartości pierwszej harmonicznej prądu I_{m1w} od kąta ψ_2 .

Zależności te są podobne do pokazanych na rysunku 3. Wykresy wh prądu I_{mkw} ($k = 2, 3, 4, 5$) przy zmiennym ψ_2 przedstawiono na rysunku 7.

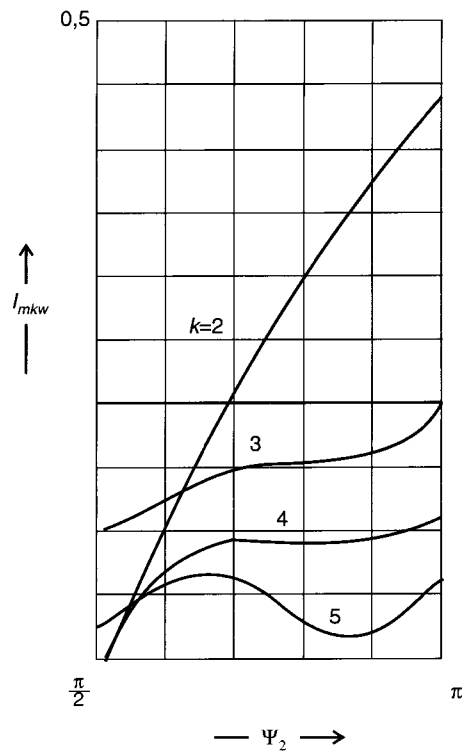
Przebiegi tych krzywych zależą od kąta ψ_2 , od nastawionego kąta $\psi_1 = \text{const}$ oraz w niewielkim stopniu od wartości $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$. W rozpatrywanym przypadku falownika

druga harmoniczna prądu w dość szerokim zakresie zmian kąta ψ_2 ma wartość największą i silnie wzrasta wraz z kątem ψ_2 . Zawartość wh prądu w odniesieniu do pierwszej harmonicznej (rys. 8) powiększa się ze wzrostem kąta ψ_2 , przy czym dla $\psi_2 = \pi$ zachodzą równości:

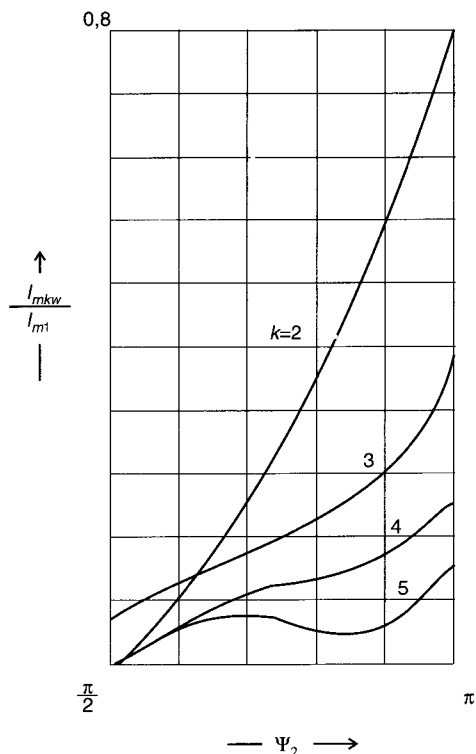
$$I_{m2} = 0,81I_{m1}, I_{m3} = 0,39I_{m1}, I_{m4} = 0,21I_{m1}, I_{m5} = 0,12I_{m1}.$$

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że:

- przy małych kątach ψ_1 i ψ_2 zawartość wh w prądzie odbiornika jest mała, wynosi kilka procent,



Rys. 7. Zależności k -tej harmonicznej względnej amplitudy prądu I_{mkw} w funkcji kąta ψ_2 przewodzenia diody D_2 dla $\psi_1 = \pi/2$



Rys. 8. Zależności ilorazu $\frac{I_{mk}}{I_{m1}}$ od kąta ψ_2 przewodzenia diody D_2 dla $\psi_1 = \pi/2$

- przy kątach ψ_1 i ψ_2 większych od $\pi/2$ zawartość wh w prądzie osiąga znaczne wartości, a największe przy $\psi_1 = \psi_2 = \pi$, lub $\psi_2 = \pi$ oraz $\psi_1 = \text{const}$,
- przy regulacji kątów $\psi_1 = \psi_2 = \psi$ występują tylko

nieparzyste w h prądu, a przy $\psi_1 \neq \psi_2$ pojawiają się zarówno parzyste, jak i nieparzyste w h prądu,
— zawartość w h prądu zależy głównie od kątów ψ_1 i ψ_2 , a w małym stopniu od parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$.

3. WSPÓŁCZYNNIKI OKREŚLAJĄCE ILOŚĆ MOCY WYDZIELAJĄCEJ SIĘ W WARSTWIE ZEWNĘTRZNEJ WSADU O OKREŚLONEJ GRUBOŚCI W STOSUNKU DO MOCY W CAŁYM WSADZIE

Prąd odkształcony, zmieniający swój kształt w zależności od zadanych przez automatykę falownika czasów t_{D1} , t_{D2} przewodzenia diod D_1 , D_2 , powoduje inny rozkład mocy objętościowej we wsadzie nagrzewnicy niż prąd quasi — sinusoidalny.

Założmy, że wsadem jest walec. Dla przypadku kątów ψ_1 , ψ_2 przewodzenia diod bliskich zera i jak najmniejszej wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$ (np. $\frac{\alpha_0}{\omega_0} \leq 0,01$) przebieg prądu jest zbliżony do sinusoidy o częstotliwości drgań własnych równej $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_s}}$ obwodu rezonansowego $L_0 C_s$. Głębokość wnikania dla tej częstotliwości wynosi:

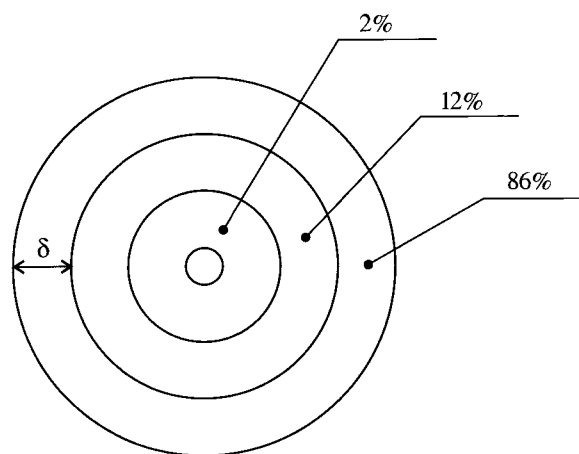
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_0 \gamma \mu}} \quad (6)$$

gdzie:

- γ — konduktywność wsadu,
- μ — przenikalność magnetyczna wsadu.

W walcu o średnicy $d \geq 6\delta$ wydziela się praktycznie cała moc P_w nagrzewająca wsad; a jej procentowe zawartości w poszczególnych warstwach o grubości δ obrazuje rysunek 9, na podstawie [1].

Falę cylindryczną padającą na taki wsad można wówczas traktować jako falę płaską.



Rys. 9. Zawartość procentowa mocy P_w nagrzewającej poszczególne warstwy o grubości δ wsadu dla sinusoidalnego przebiegu prądu odbiornika.

Dla sterowania mocą falownika, przy którym czasy t_{D1} , t_{D2} przewodzenia diod D_1 , D_2 zadajemy dowolnie [4], nagrzewnica zaś ma parametr $\frac{\alpha_0}{\omega_0} \in (0,01 - 0,1)$, przebieg prądu jest niesinusoidalny, co obrazuje rysunek 2. Okres tego przebiegu a zarazem jego pierwszej harmonicznej, ma zmienną wartość $T_s > T_0$ i można go opisać wzorem według rysunku 2:

$$T_s = \frac{2\pi - \phi_{T1} - \phi_{T2}}{\omega_0} + t_{D1} + t_{D2} \quad (7)$$

Głębokość wnikania pierwszej harmonicznej wg [1, 3] wynosi:

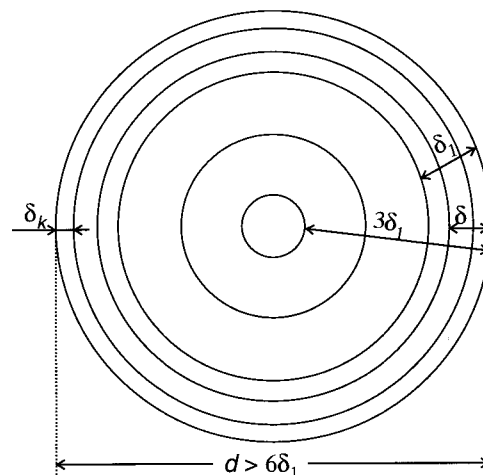
$$\delta_1 = \delta \sqrt{\frac{T_s}{T_0}} = \delta \sqrt{\frac{\omega_0 T_s}{2\pi}} \quad (8)$$

a k -tej harmonicznej:

$$\delta_k = \delta \sqrt{\frac{T_s}{kT_0}} = \delta \sqrt{\frac{\omega_0 T_s}{2k\pi}} = \frac{\delta_1}{\sqrt{k}} \quad (9)$$

Zilustrowano to na rysunku 10.

Ze wzorów (8), (9) widać, że głębokości wnikania δ_1 i δ_k zależą od okresu T_s , który z kolei rośnie ze wzrostem zadawanych czasów t_{D1} , t_{D2} przewodzenia diod (wzór (7)). Głębokość wnikania δ_k jest tym mniejsza, im wyższa jest k -ta harmoniczna. Dla wyżej opisanego sterowania całkowita moc czynna P_w pola elektromagnetycznego wzbudnika praktycznie nagrzewa walec o średnicy $d \geq 6\delta_1$. Przykładowo, dla sterowania z maksymalnym kątem $\psi = \pi$ przewodzenia dwóch diod, kąt $\omega_0 T_s$ jednego cyklu pracy falownika równa się 4π , a obliczona ze wzoru (8) średnica wynosi:



Rys.10. Głębokości wnikania δ_1 , δ_k dla przypadku niesinusoidalnego oraz δ — dla sinusoidalnego przebiegu prądu wzbudnika nagrzewnicy

$$d = 6\delta_1 = 6\delta \sqrt{\frac{\omega_0 T_s}{2\pi}} = 6\sqrt{\frac{4\pi}{2\pi}} \cdot \delta = 6\sqrt{2} \cdot \delta$$

Wynika stąd wniosek, że dla takiego sterowania, kiedy czasy t_{D1} , t_{D2} zadajemy w zakresie od czasu minimalnego $t_{Dmin} \geq t_q$ (t_q — czas niezbędny na odzyskanie właściwości zaworowych przez dany łącznik energoelektroniczny) do czasu $\frac{\pi}{\omega_0}$ (maksymalnego przewodzenia danej diody), optymalne jest, aby średnica wsadu walcowego była $\sqrt{2}$ razy większa (rys. 10) w porównaniu z tą przy sterowaniu z kątami ψ_1 , ψ_2 zadawanymi w pobliżu zera.

Do dalszych rozważań wprowadza się współczynnik w_x będący stosunkiem mocy P_{wx} nagrzewającej warstwę zewnętrzną wsadu o grubości x do mocy P_w wydzielającej się w całym wsadzie:

$$w_x = \frac{P_{wx}}{P_w} = \frac{\int_0^x p_{V_k} dx}{\int_0^\infty p_{V_k} dx} \quad (10)$$

gdzie:

$$p_{V_k} = c \left(\frac{I_{mk}}{\delta_k} \right)^2 e^{-\frac{2x}{\delta_k}} \quad (11)$$

jest gęstością objętościową mocy czynnej [1, 3], stała zaś c zależy od rodzaju wsadu. Odległość od powierzchni wsadu wzdłuż jego promienia oznaczono przez x .

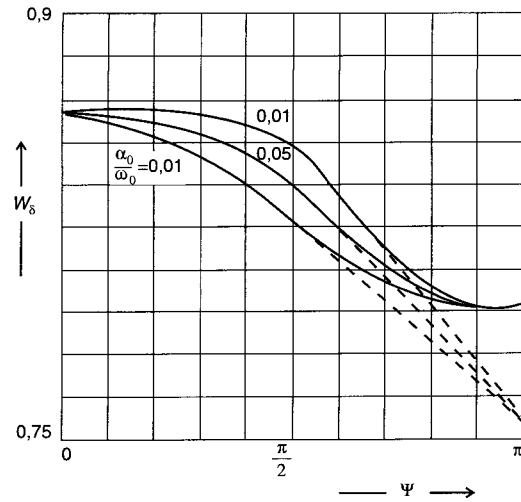
Po podstawieniu (11) do (10) i scałkowaniu otrzymano wzór:

$$w_x = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-\frac{2x}{\delta_k}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-2\frac{x}{\delta_k} \sqrt{\frac{2k\pi}{\omega_0 T_s}}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} \quad (12)$$

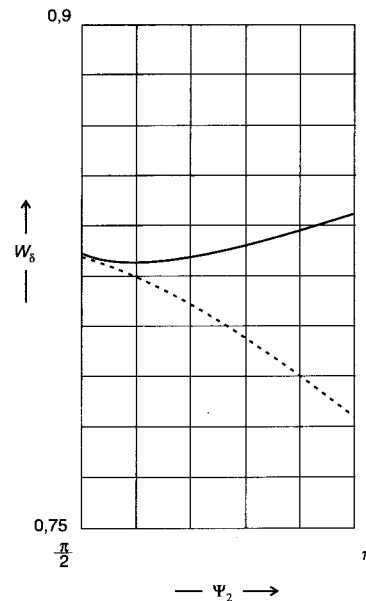
Wzór (12) jest ważny dla dowolnego prądu odkształconego nagrzewającego wsad. Dany prąd odkształcony, wcześniej trzeba poddać analizie Fouriera.

Iloraz mocy $P_{w\delta}$ w warstwie zewnętrznej wsadu o grubości równej głębokości wnikania δ oraz mocy P_w wsadu oznaczono w_δ . Po podstawieniu $x = \delta$ we wzorze (12) otrzymamy:

$$w_\delta = \frac{P_{w\delta}}{P_w} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-\frac{2}{\delta_k}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-2\sqrt{\frac{2k\pi}{\omega_0 T_s}}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} \quad (13)$$



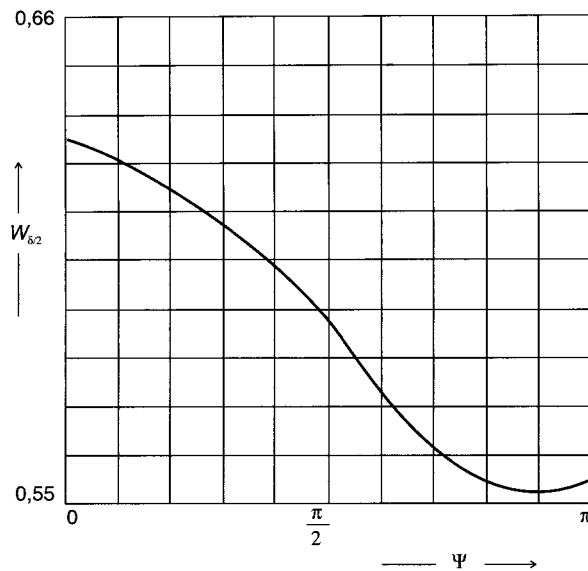
Rys.11. Zależność współczynnika $w_\delta = f(\psi)$ dla różnych wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$



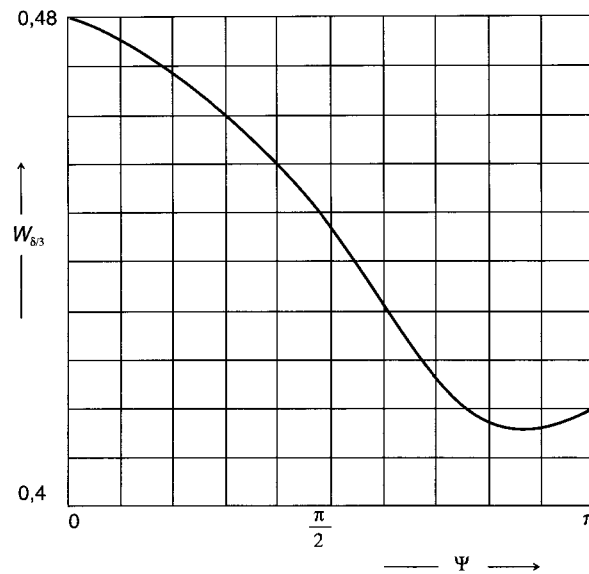
Rys.12. Zależność współczynnika $w_\delta = f(\psi_2)$ dla $\psi_1 = \pi/2$

Przebiegi współczynnika w_δ dla sterowań (a) i (b) pokazano odpowiednio na rysunkach 11, 12.

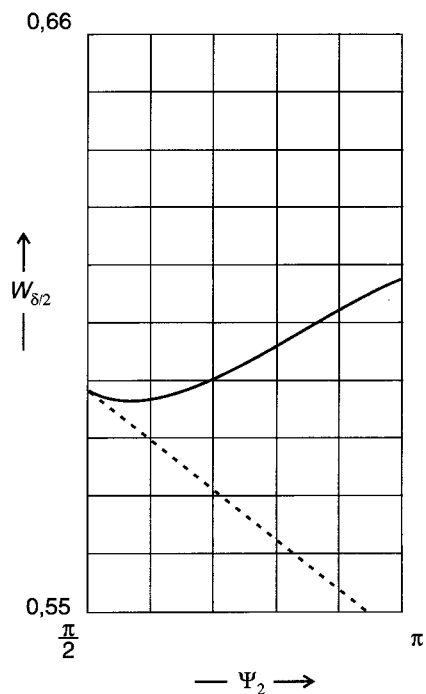
Wpływ parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$ zawierającego się w przedziale od 0,01 do 0,1 jak pokazuje rysunek 11, jest największy w środkowym przedziale $\psi \in [(0,3-0,7)\pi]$, przy krańcach zaś przedziałów parametr ten ma praktycznie niewielki wpływ. Charakterystyczne jest, że ciągłe krzywe na rysunku 11 w początkowym zakresie kąta przewodzenia obu diod D_1 , D_2 maleją powoli, a w środkowym zakresie aż do $0,8\pi$ maleją szybciej, po czym przestają się zmieniać aż do końca zakresu, czyli kąta π . Zmniejszanie współczynnika w_δ w przedziale do $0,8\pi$ jest spowodowane wzrostem kąta $\omega_0 T_s$ (co wyjaśniają wzory (7) i (12),



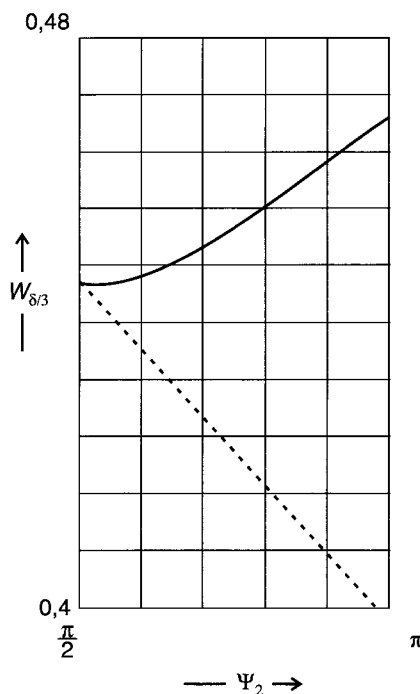
Rys.11a. Zależność współczynnika $w_{\delta/2} = f(\psi)$ dla wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0} = 0,1$



Rys.11b. Zależność współczynnika $w_{\delta/3} = f(\psi)$ dla wartości parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0} = 0,1$



Rys. 12a. Zależność współczynnika $w_{\delta/2} = f(\psi_2)$ dla $\psi_1 = \pi/2$



Rys. 12b. Zależność współczynnika $w_{\delta/3} = f(\psi_2)$ dla $\psi_1 = \pi/2$

(13)), zanik zaś zmian jest spowodowany wzrostem amplitud wyższych harmonicznych, co wytłumaczono w dalszej części artykułu. Ciągła krzywa w_{δ} dla sterowania (b) pokazana na rysunku 12 niewiele się zmienia oraz bardzo mało zależy od parametru $\frac{\alpha_0}{\omega_0}$.

Jeżeli amplitudy w_h przebiegu prądu odbiornika będą pomijalnie małe w stosunku do pierwszej harmonicznej, to wzór (13) uprości się do postaci:

$$w_{\delta} = 1 - e^{-\frac{2\delta}{\delta_1}} = 1 - e^{-2\sqrt{\frac{2\pi}{\omega_0 T_s}}} \quad (14)$$

którego przebiegi narysowane są przerywanymi liniami na rysunkach 11 i 12. Krzywe te odbiegają wyraźnie od przebiegów rzeczywistych (linie ciągłe) dla kątów $\psi > \frac{\pi}{2}$ (rys. 11) albo $\psi_2 > \frac{\pi}{2}$ (rys. 12). Dla mniejszych kątów przewodzenia diod krzywe te prawie pokrywają się z krzywymi rzeczywistymi. A więc z rysunków 11 i 12 widać, jaki wpływ mają amplitudy w_h dla danych kątów przewodzenia diod. Jest on największy na rysunku 11 (sterowanie mocy według (a)) dla przedziału $(0,8-1,0)\pi$, a największa różnica między krzywymi rzeczywistymi i przerywanymi jest dla kąta $\psi = \pi$ dla obu diod i wynosi ponad 0,04, na rysunku zaś 12 (sterowanie mocy według (b)) dla kąta ψ_2 diody D_2 równego π wynosi prawie 0,03.

Udział w_h jest więc widocznie korzystny dla zadawanych kątów przewodzenia diod większych od $0,8\pi$. Z rysunków 11 i 12 wynika, że dla dowolnych wartości ψ_1, ψ_2 większych od zera w warstwie zewnętrznej o grubości δ jest mniejszy procentowy udział mocy P_w niż dla przypadku, gdy kąt $\psi = 0$ przewodzenia diod. Przykładowo dla $\psi = \pi$, czyli $\omega_0 T_s = 4\pi$, $w_\delta = 0,8$ (rys. 11), a gdyby pominąć udział amplitud wyższych harmonicznych, to $w_\delta = 0,76$ (rys. 11), dla przypadku zaś $\psi = 0$, $w_\delta = 0,86$, co zilustrowano w procentach całej mocy P_w wsadu na rysunku 13. Ponadto ciekawe jest porównanie rysunków 13a (sterowanie mocy według (a)) i 13b (sterowanie mocy według (b)) — tylko 2% mocy P_w jest mniej dla $\psi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\psi_2 = \pi$ w porównaniu z przypadkiem, gdy kąt $\psi = 0$.

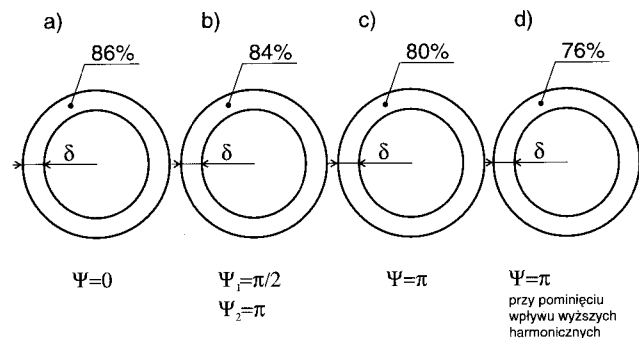
Podobnie jak wyżej, można obliczyć, ile całkowitej mocy P_w wydziela się w zewnętrznej warstwie wsadu o grubości δ/n (gdzie $n = 2, 3, 4 \dots$). Wstawiając do wzoru (12) $x = \delta/n$ otrzymamy:

$$w_{\delta/n} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-\frac{2}{n} \frac{\delta}{\delta_k}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-\frac{2}{n} \sqrt{\frac{2k\pi}{\omega_0 T_s}}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} \quad (15)$$

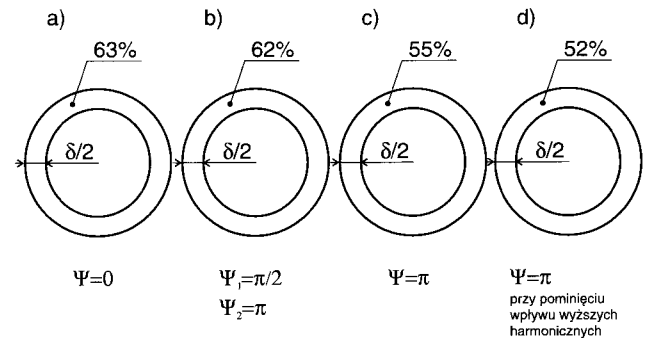
Wzór, który jest ważny tylko dla pierwszej harmonicznej prądu odbiornika ($k = 1$), ma postać:

$$w_{\delta/n} = 1 - e^{-\frac{2}{n} \frac{\delta}{\delta_1}} = 1 - e^{-\frac{2}{n} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega_0 T_s}}} \quad (16)$$

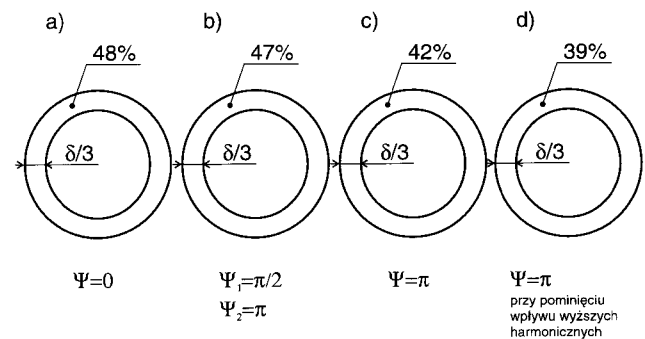
Interesujące są przebiegi dla zewnętrznych warstw wsadu o grubościach mniejszych niż δ , szczególnie dla $\delta/2$ i $\delta/3$. Przykładowe przebiegi $w_{\delta/2}$ oraz $w_{\delta/3}$ wykreślone na podstawie wzoru (15) dla sterowania typu (a)



Rys. 13. Zawartości procentowe mocy P_w nagrzewającej zewnętrzną warstwę wsadu o głębokości wnikania δ dla kilku przypadków kątów przewodzenia diod



Rys. 14. Zawartości procentowe mocy P_w nagrzewającej zewnętrzną warstwę wsadu o głębokości $\delta/2$ dla kilku przypadków kątów przewodzenia diod



Rys. 15. Zawartości procentowe mocy P_w nagrzewającej zewnętrzną warstwę wsadu o głębokości $\delta/3$ dla kilku przypadków kątów przewodzenia diod

pokazano odpowiednio na rysunkach 11a, 11b. Dla sterowania typu (b) przebiegi $w_{\delta/2}$ oraz $w_{\delta/3}$ wykreślono odpowiednio na rysunkach 12a i 12b. Widoczny jest tutaj dla sterowania typu (b) pozytywny wpływ w_h , ponieważ widać różnice między rzeczywistą krzywą ciągłą (wyznaczoną wg wzoru (15)), a przerywaną obliczoną wg wzoru (16), czyli przy pominięciu w_h prądu. Krzywe rzeczywiste rosną ze wzrostem kąta ψ_2 od zera do π na rysunku 12a ok. 2%, a na rysunku 12b — 2,5%, dzięki temu, że rosną amplitudy w_h prądu (rys.7, rys.8). Krzywe przerywane maleją w tym zakresie, ponieważ okres T_s rośnie (16); dzięki temu największa różnica między krzywymi ciągłymi a przerywanymi jest na końcu przedziału dla $\psi_2 = \pi$ i wynosi odpowiednio ponad 5% i 7% dla rysunków 12a i 12b. Na rysunkach 14 i 15 zilustrowano powyższe rozważania zawartości procentowej całkowitej mocy P_w w zewnętrznych warstwach wsadu o grubościach $\delta/2$ i $\delta/3$ dla różnych przypadków kątów przewodzenia diod D_1 i D_2 . Ciekawe jest porównanie rysunków 14a, 15a (sterowanie mocy według (a)) z rysunkami 14b, 15b (sterowanie mocy według (b)) — tylko 1% mocy P_w jest mniej dla $\psi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\psi_2 = \pi$ w porównaniu z przypadkiem, gdy mamy sinusoidalny przebieg prądu czyli kąt $\psi = 0$ dla obydwu diod. Jest to wynikiem występowania w_h prądu dla kątów $\psi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\psi_2 = \pi$.

4. WNIOSKI

Zjawiska elektryczne, występujące we wsadzie nagrzewanym prądami odkształconymi w przypadku nagrzewania powierzchniowego, interesujące są dla zewnętrznej warstwy wsadu o grubości rzędu głębokości wnikania δ , a czasem może być przydatna ich znajomość dla mniejszych grubości, np. $\delta/2$, $\delta/3$. Z powyższych rozważań nasuwają się wnioski, przy jakich kątach ψ_1 , ψ_2 przewodzenia diod D_1 , D_2 powinien pracować falownik, aby w zewnętrznej warstwie wsadu o szerokości δ i mniejszej niż δ wydzielala się jak największa ilość mocy całkowitej P_w . Z porównania rysunków 11, 11a, 11b oraz 12, 12a, 12b wynika:

- sterowanie mocy według (b) jest korzystniejsze w zakresie powyżej kąta $\pi/2$, ponieważ współczynniki $w_{\delta/n}$ ($n = 1, 2, 3$) rosną ze wzrostem kąta ψ_2 , dla sterowania zaś mocy według (a) maleją ze wzrostem kąta ψ diod,
- korzystnie jest pracować dla kątów $\psi_1 = \psi_2 \rightarrow 0$ nastawionych na stałe lub w przypadku, gdy $\psi_1 \leq \pi/2$, $\psi_2 = \pi$, regulację zaś mocy realizować innymi sposobami (np. przez zmianę napięcia U_d , przez zmianę przerwy w prądzie odbiornika)

LITERATURA

1. Kurbiel A.: *Indukcyjne urządzenia elektrotermiczne*. Skrypt uczelniany AGH, Nr 1308, Kraków 1992.

2. Kurbiel A.: *Analysis of a thyristor-diode series voltage inverter for induction heating*. Archives of Electrical Engineering, 1995, XLIV, 3.
3. Kurbiel A.: *Induction heating with non-sinusoidal currents*. Archives of electrical engineering, 1995, XLIV, 3.
4. Kurbiel A., Kieroński R.: *Dwutyristorowy falownik napięcia do nagrzewania indukcyjnego*. Przegląd Elektrotechniczny, 1993, LXIX, 3.
5. Sajdak C., Samek E.: *Nagrzewanie indukcyjne*. Wyd. Śląsk, Katowice 1985.



Dr hab. inż. Jerzy Pasternak

Pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH. Pracę magisterską, oraz rozprawę doktorską i habilitacyjną wykonywał z zakresu elektrotermii. Jest autorem wielu publikacji i opracowań naukowo-badawczych dla przemysłu. Zajmuje się problematyką nagrzewania indukcyjnego, łukowego i rezystancyjnego. Jest członkiem Komisji Elektrotechniki, Informatyki i Automatyki Krakowskiego Oddziału PAN, członkiem Polskiego Komitetu Elektrotermii oraz rzeczoznawcą SEP w zakresie elektrotermii przemysłowej.



Mgr inż. Roman Kieroński

Urodzony 26.05.1963 r. w Krakowie. Studia na Wydziale Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej ukończył w 1990 roku. Pracę magisterską wykonywał z zakresu elektrotermii. Pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH w Krakowie. Zajmuje się tematyką nagrzewania indukcyjnego.