

WSPÓŁCZYNNIK MOCY PROSTOWNIKÓW DIODOWYCH Z FILTREM POJEMNOŚCIOWYM¹⁾

Power Factor of Diode Converters Opereted with Capacitor Filter

Henryk SUPRONOWICZ, Tadeusz PŁATEK

Politechnika Warszawska

Streszczenie: W artykule przedstawiono metodę wyznaczania składowych prądów oraz współczynnika mocy dwóch podstawowych układów prostownikowych dwupulsowego (małej mocy) i sześciopulsowego mostkowego obciążonych filtrem pojemnościowym.

Przy wyznaczaniu przebiegu czasowego prądu wejściowego zastosowano metodę funkcji stanu łączników. Przedstawiono przykłady obliczeń.

Summary: The input currents of the AC/DC diode converters loaded by capacitor filters are analyzed and discussed. Two basic converters are considered; two-pulse circuit (small power) and six-pulse bridge circuit.

The input current waveforms are analyzed by using the switch state function method. Calculation examples are presented.

1. WPROWADZENIE

Prostownik diodowy zasilający odbiornik z filtrem pojemnościowym jest nieliniowym odbiornikiem energii elektrycznej. Naładowany kondensator stanowi źródło napięcia wstecznego w stosunku do kierunku przewodzenia prądu wyprostowanego — napięcie to ma wpływ na zmniejszenie kąta przewodzenia prądu w fazach zasilających prostownik napięciem przemiennym. W takim przypadku prąd wejściowy prostownika ma przebieg impulsowy o znacznej zawartości wyższych harmonicznych. Wyższe harmoniczne są składowymi niepożądanymi, ponieważ powodują zakłócenia w pracy systemów informatycznych, odkształcają przebieg czasowy napięcia źródła zasilania, a ponadto mogą powodować powstawanie rezonansu napięć lub prądów w układach zasilania, do których dołączone są kondensatory. Na ogół prąd pobierany ze źródła zasilania zawiera oprócz składowej czynnej składową przesunięcia fazowego i składową deformacji. Składowe te wyznaczają wejściowy współczynnik mocy przekształtnika, który jest definiowany następująco:

$$\lambda_i = \frac{I_{li}}{I_i} \cos \varphi_1 = \gamma_i \cos \varphi_1 \quad (1)$$

przy czym:

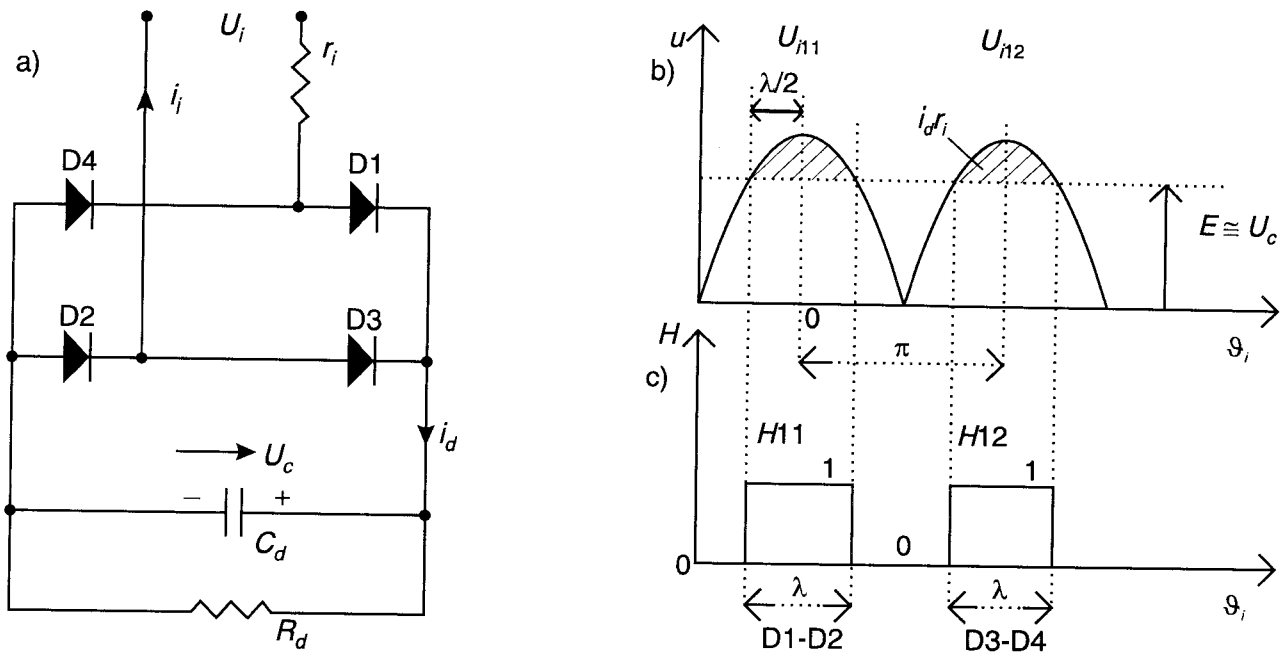
- I_{li} — skuteczna wartość harmonicznej podstawowej prądu wejściowego,
- I_i — skuteczna wartość prądu wejściowego,
- φ_1 — kąt przesunięcia fazowego harmonicznej podstawowej
- $\gamma_i = \frac{I_{li}}{I_i}$ — współczynnik kształtu przebiegu prądu.

W niniejszym artykule wyznaczono składowe prądów oraz współczynnik mocy dla dwóch podstawowych układów prostownikowych: dwupulsowego (małej mocy) i sześciopulsowego mostkowego (dużej mocy). Podano przykłady obliczeniowe.

2. PROSTOWNIK DWUPULSOWY

Schemat prostownika diodowego, dwupulsowego, z odbiornikiem rezystancyjnym z bocznikowanym kondensatorem przedstawiono na rysunku 1a. Z kolei na rysunku 1b przedstawiono przebiegi czasowe napięć, a na rysunku 1c zilustrowano funkcje stanu łączników diodowych. W układach małej mocy wpływ indukcyjności wejściowych jest pomijalny, uwzględnia się natomiast rezystancję wejściową (r_i). Przyjmuje się założenie, że w czasie przewodzenia diod

1) Praca finansowana przez Komitet Badań Naukowych w ramach projektu badawczego Nr 8T10B06208 pt. „Metody i sposoby poprawy jakości mocy w trójfazowych systemach energetycznych”.



Rys. 1. Dwupulsowy prostownik diodowy z filtrem pojemnościowym: a) schemat układu; b) przebiegi napięciowe; c) funkcje stanu łączników

napięcie chwilowe na zaciskach odbiornika jest stałe i równe napięciu kondensatora ($u_c = E$).

Z rysunku 1b wynika, że napięcie na zaciskach kondensatora wyraża się następująco:

$$E = \sqrt{2} U_i \cos \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

przy czym:

- U_i — skuteczna wartość napięcia wejściowego;
- λ — kąt przewodzenia fazy.

Średnia wartość prądu wyprostowanego jest określona zależnością:

$$I_d = \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} \frac{\sqrt{2} U_i [\cos \vartheta_i - \cos(\lambda/2)]}{r_i} d\vartheta_i$$

$$= \frac{2 \sqrt{2} U_i}{\pi r_i} \left[\sin \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \right] \quad (3)$$

lub

$$I_d = \frac{U_{do}}{r_i} \cos \frac{\lambda}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \right) \quad (4)$$

przy czym:

- $\vartheta_i = \omega_i t$,
- ω_i — pulsacja napięcia wejściowego,
- U_{do} — napięcie wyprostowane w pracy jałowej prostownika dwupulsowego.

Biorąc pod uwagę, że spełniona jest również zależność

$$I_d = \frac{E}{R_d} = \frac{\sqrt{2} U_i}{R_d} \cos \frac{\lambda}{2} = \frac{U_{do}}{R_d} \frac{\pi}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

z tożsamościowych równań (4) i (5) otrzymuje się:

$$\operatorname{tg} \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = \frac{r_i}{R_d} \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

Zależność kąta przewodzenia od parametru (r_i/R_d) $\pi/2$ ilustruje wykres podany na rysunku 2.

W celu uproszczenia dalszych obliczeń przyjmuje się założenie, że wyższe harmoniczne prądu w gałęzi R_d mają amplitudy na tyle małe w porównaniu z analogicznymi harmonicznymi w gałęzi C , że można je pominąć.

Posługując się metodą funkcji stanu łączników, przebieg czasowy prądu wejściowego i_i wyraża się następująco:

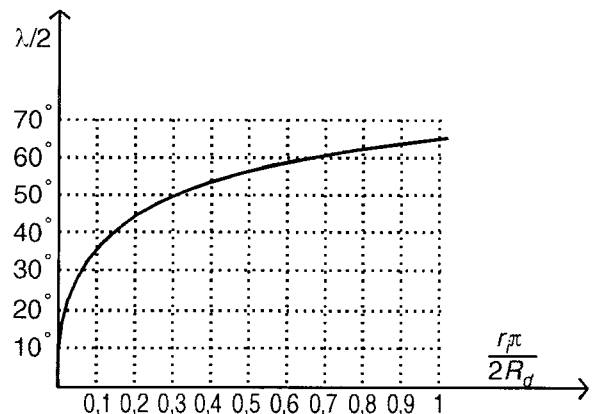
$$i_i = [i_{i1} \ i_{i2}] \begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{12} \end{bmatrix} \quad (7)$$

przy czym i_{i1} i i_{i2} odnoszą się do pierwszego i drugiego półokresu napięcia wejściowego; H_{11} i H_{12} oznaczają funkcję stanu łączników diodowych.

Prądy i_{i1} i i_{i2} są określone następująco:

$$i_{i1} = \frac{\sqrt{2} U_i}{r_i} \left(\cos \vartheta_i - \cos \frac{\lambda}{2} \right) \quad (8)$$

$$i_{i2} = -\frac{\sqrt{2} U_i}{r_i} \left[\cos(\vartheta_i - \pi) - \cos \frac{\lambda}{2} \right] \quad (9)$$



Rys. 2. Wykres zależności kąta przewodzenia od parametru $\pi r_i (2R_d)^{-1}$

lub

$$i_{i2} = \frac{\sqrt{2}U_i}{r_i} \left(\cos \vartheta_i + \cos \frac{\lambda}{2} \right) \quad (10)$$

Z kolei funkcje stanu są określone następującymi równaniami [2]:

$$H_{11} = \frac{\lambda}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\lambda/2)}{n} \cos(n\vartheta_i) \quad (11)$$

$$H_{12} = \frac{\lambda}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\lambda/2)}{n} \cos(n\pi) \cos(n\vartheta_i) \quad (12)$$

przy czym $n=1, 2, \dots, \infty$.

Podstawiając równania (8), (10), (11) i (12) do prawej strony równania (7) oraz biorąc pod uwagę, że $1 + \cos n\pi = 0$, gdy n jest nieparzyste, i $1 - \cos n\pi = 0$, gdy n jest parzyste otrzymuje się

$$i_i = \frac{\sqrt{2}U_i}{r_i} \left[\frac{\lambda}{\pi} \cos \vartheta_i + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k\lambda/2)}{2k} \cos(\vartheta_i) \cos(2k\vartheta_i) - \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(2k+1)\lambda/2}{2k+1} \cos(2k+1)\vartheta_i \cos \frac{\lambda}{2} \right] \quad (13)$$

Dokonując prostych przekształceń trygonometrycznych, równanie (13) przyjmuje następującą postać:

$$i_i = \frac{\sqrt{2}U_i}{r_i} \left\{ \frac{\lambda}{\pi} \cos \vartheta_i + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k\lambda/2)}{k} \left[\cos(2k-1)\vartheta_i + \cos(2k+1)\vartheta_i \right] - \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(2k+1)\lambda/2}{2k+1} \cos \frac{\lambda}{2} \cos(2k+1)\vartheta_i \right\} \quad (14)$$

Z równania (14) wynika, że w prądzie wejściowym występują harmoniczne nieparzyste rzędu 1, 3, 5, ...

Skuteczne wartości prądu wejściowego wyraża się następująco:

$$I_i = \sqrt{\frac{1+\lambda/2}{\pi-\lambda/2} \int_{-\lambda/2}^{+\lambda/2} i_i^2 d\vartheta_i} \quad (15)$$

$$\frac{\sqrt{2}U_i}{r_i} \sqrt{\frac{1+\lambda/2}{\pi-\lambda/2} \left(\cos^2 \vartheta_i - 2 \cos \vartheta_i \cos \frac{\lambda}{2} + \cos^2 \frac{\lambda}{2} \right) d\vartheta_i}$$

Po rozwiązaniu całki w prawej stronie równania (15) otrzymujemy

$$I_i = \frac{\sqrt{2}U_i}{r_i} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[\frac{\lambda}{2} + \frac{1}{2} \sin \lambda - 4 \sin \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} + \lambda \cos^2 \frac{\lambda}{2} \right]} \quad (16)$$

Przykład 1. Dane: $U_i = 5,55 \text{ V}$, $E = 1,2 U_{d0} = 6 \text{ V}$, $I_d = 10 \text{ A}$, $R_d = 0,6 \Omega$

Wyniki: $\lambda/2 = 40^\circ$; $r_i \approx 0,057 \Omega$, $I_{im} = 32,44 \text{ A}$

$$I_i = 0,113 \sqrt{2} U_i / r_i = 15,56 \text{ A}$$

$$I_{i1m} = 0,130 \sqrt{2} U_i / r_i = 17,90 \text{ A}$$

$$I_{i3m} = 0,0858 \sqrt{2} U_i / r_i = 11,815 \text{ A}$$

$$I_{i5m} = 0,0212 \sqrt{2} U_i / r_i = 4,021 \text{ A}$$

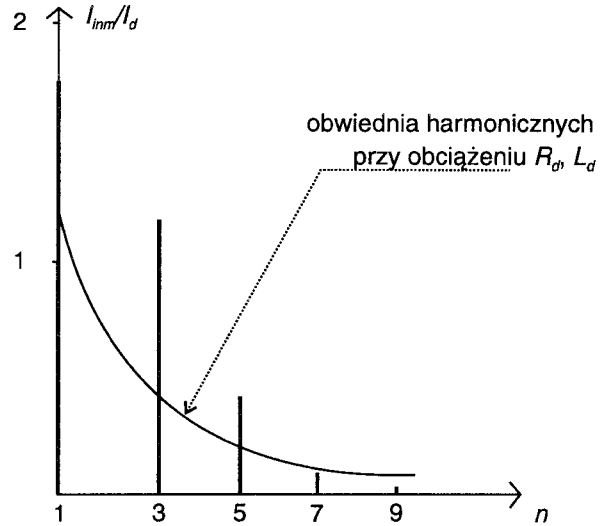
$$I_{i7m} = 0,0059 \sqrt{2} U_i / r_i = 0,770 \text{ A}$$

$$I_{i9m} = 0,01 \sqrt{2} U_i / r_i = 0,138 \text{ A}$$

$\lambda_i = 0,813$, przy czym $\cos \varphi_1 = 1$
gdzie I_{im} — amplituda harmonicznej rzędu n .

Uzyskany wynik wskazuje, że wejściowy współczynnik mocy analizowanego układu jest niższy niż współczynnik mocy układu przy obciążeniu rezystancyjno-indukcyjnym, który jest równy 0,9 [1].

Rysunek 3 ilustruje widmo częstotliwościowe prądu wejściowego, z którego wynika, że dominującymi są trzecia i piąta harmoniczna.



Rys. 3. Widmo częstotliwościowe prądu wejściowego prostownika z rysunku 1

3. TRÓJFAZOWY PROSTOWNIK DIODOWY O UKŁADZIE MOSTKOWYM

Trójfazowy prostownik diodowy o układzie mostkowym, z filtrem pojemnościowym w obwodzie prądu stałego, stosuje się powszechnie w pośrednich przemiennikach częstotliwości (AC/DC/AC) do zasilania maszyn elektrycznych prądu przemiennego o regulowanej prędkości kątowej. Prostownik dołączony do sieci prądu przemiennego przekształca napięcie trójfazowe na napięcie stałe o nie regulowanej wartości. Obwód prądu stałego z filtrem pojemnościowym, spełniający warunki źródła napięciowego, zasila trójfazowy falownik napięcia, w którym przez zastosowanie metody modulacji szerokości impulsów (MSI lub w terminologii angielskiej PWM) uzyskuje się zarówno przybliżenie przebiegu czasowego napięcia wyjściowego do przebiegu sinusoidalnie zmiennego, jak i regulację amplitudy harmonicznej podstawowej tego napięcia. W układach o mocy do 250 kW prostownik diodowy dołącza się bezpośrednio do sieci przemysłowej napięcia trójfazowego. W tym przypadku można przyjąć, że sieć zasilająca jest bezimpedancyjna. Dla ograniczenia stromości prądu płynącego przez kondensator filtru pojemnościowego, włącza się szeregowo z kondensatorem dławik o odpowiednio dobranej indukcyjności. W przypadku zasilania prostownika przez transformator uwzględnia się zastępcze indukcyjności faz uzwojenia wtórnego transformatora połączonych z ukła-

dem mostkowym. Indukcyjność zastępczą wyznacza się na podstawie znajomości indukcyjności linii zasilającej i indukcyjności rozproszenia uzwojenia pierwotnego i wtórnego transformatora [1].

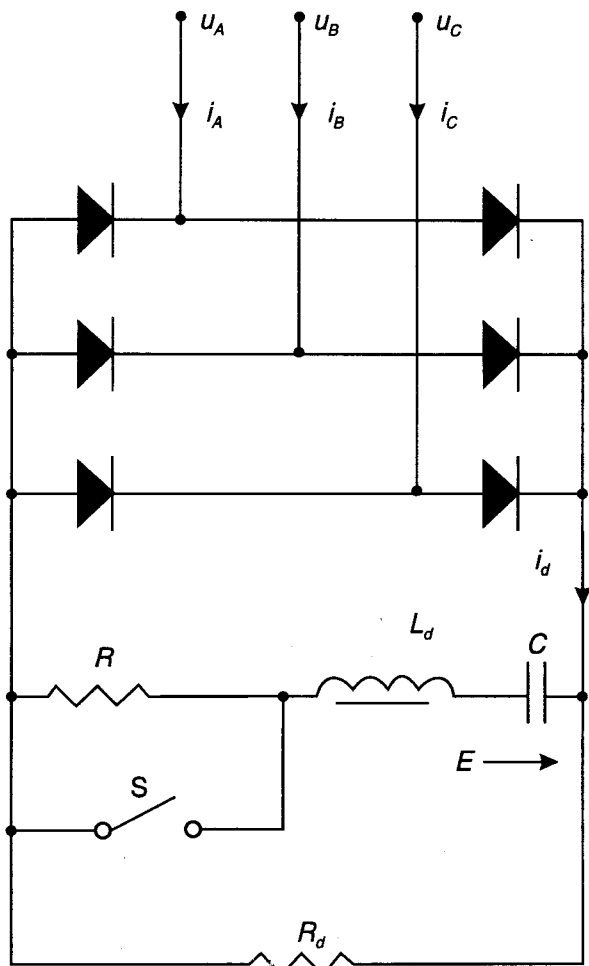
Schemat ideowy prostownika trójfazowego, mostkowego, z filtrem pojemnościowym, jest przedstawiony na rysunku 4. Opornik R służy do wstępnego ładowania kondensatora C . Po naładowaniu kondensatora opornik ten jest zwierany łącznikiem S .

Opornik R_d reprezentuje obciążenie prostownika. Jeśli uwzględnia się indukcyjności zastępcze faz wejściowych prostownika, wówczas w układzie przedstawionym na rysunku 4 indukcyjność L_d jest równoważna podwójnej wartości indukcyjności fazy.

Pomijając wpływ rezystancji źródła zasilania oraz zakładając, że w pracy ustalonej napięcie kondensatora C jest stałe (E), prąd wejściowy i_i lub prąd wyjściowy i_d opisuje następujące równanie różniczkowe:

$$\frac{di_i}{d\omega_i L} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}U_i}{\omega_i L_d} [\sin(\vartheta_i + \vartheta_z) - \varepsilon] \quad (17)$$

przy czym $\varepsilon = E/\sqrt{2}U_i$ oznacza względną wartość napięcia, ϑ_z jest kątem załączenia diod, przy którym rozpoczyna się przewodzenie danych dwóch faz wejściowych, U_i — skuteczna wartość wejściowego napięcia fazowego.



Rys. 4. Trójfazowy mostkowy prostownik diodowy z filtrem pojemnościowym

Na ogół prąd wyjściowy jest nieciągły, czyli ma przebieg impulsowy. Przyjmując, że dla $\vartheta_i = 0$ prąd $i_i = 0$, otrzymuje się następujące rozwiązanie równania (17):

$$i_i = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}U_i}{\omega_i L_d} [\cos\vartheta_z - \cos(\vartheta_i + \vartheta_z) - \varepsilon\vartheta_i] \quad (18)$$

Kąt przewodzenia λ_L pojedynczego impulsu prądu i_d wynika z równania (18) po podstawieniu $\vartheta_i = \lambda_L$ i przyjęciu $i_i = 0$. Tak więc otrzymuje się następujące równanie:

$$\cos\vartheta_z - \cos(\lambda_L + \vartheta_z) - \varepsilon\lambda_L = 0 \quad (19)$$

z którego wynika

$$\lambda_L = \frac{1}{\varepsilon} [\cos\vartheta_z - \cos(\lambda_L + \vartheta_z)] \quad (20)$$

Interesujący jest przypadek, w którym $\lambda_L = \pi/3$. Przypadek taki występuje oczywiście na granicy przewodzenia nieciągłego i ciągłego prądu i_d .

Oznaczając przez α_0 kąt opóźnienia przewodzenia faz, liczony od kąta komutacji naturalnej napięć międzyprzewodowych ($\vartheta_{KN} = \pi/3$), przy którym prostownik obciążony odbiornikiem L , E osiąga granicę przewodzenia impulsowego i ciągłego, otrzymuje się

$$\vartheta_{z0} = \vartheta_{KN} + \alpha_0 \quad (21)$$

W celu wyznaczenia wyrażenia na kąt $\alpha_0 = f(\varepsilon, q)$, można wyjść z założenia, że średnia wartość napięcia u_L na indukcyjności L_d w przedziale kątowym przewodzenia faz jest równa zero (rys.5a). Tak więc słuszne jest równanie następujące:

$$\int_{-\pi/q+\alpha_0}^{+\pi/q+\alpha_0} (\cos\vartheta_i - \varepsilon) d\vartheta_i = 0 \quad (22)$$

Po rozwiązaniu równania całkowego (22) otrzymuje się

$$\varepsilon = \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \cos \alpha_0 \quad (23)$$

Natomiast z rysunku 5a wynika, że

$$\varepsilon = \cos \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{q} \right) \quad (24)$$

Z równań tożsamościowych (23) i (24) wynika, że

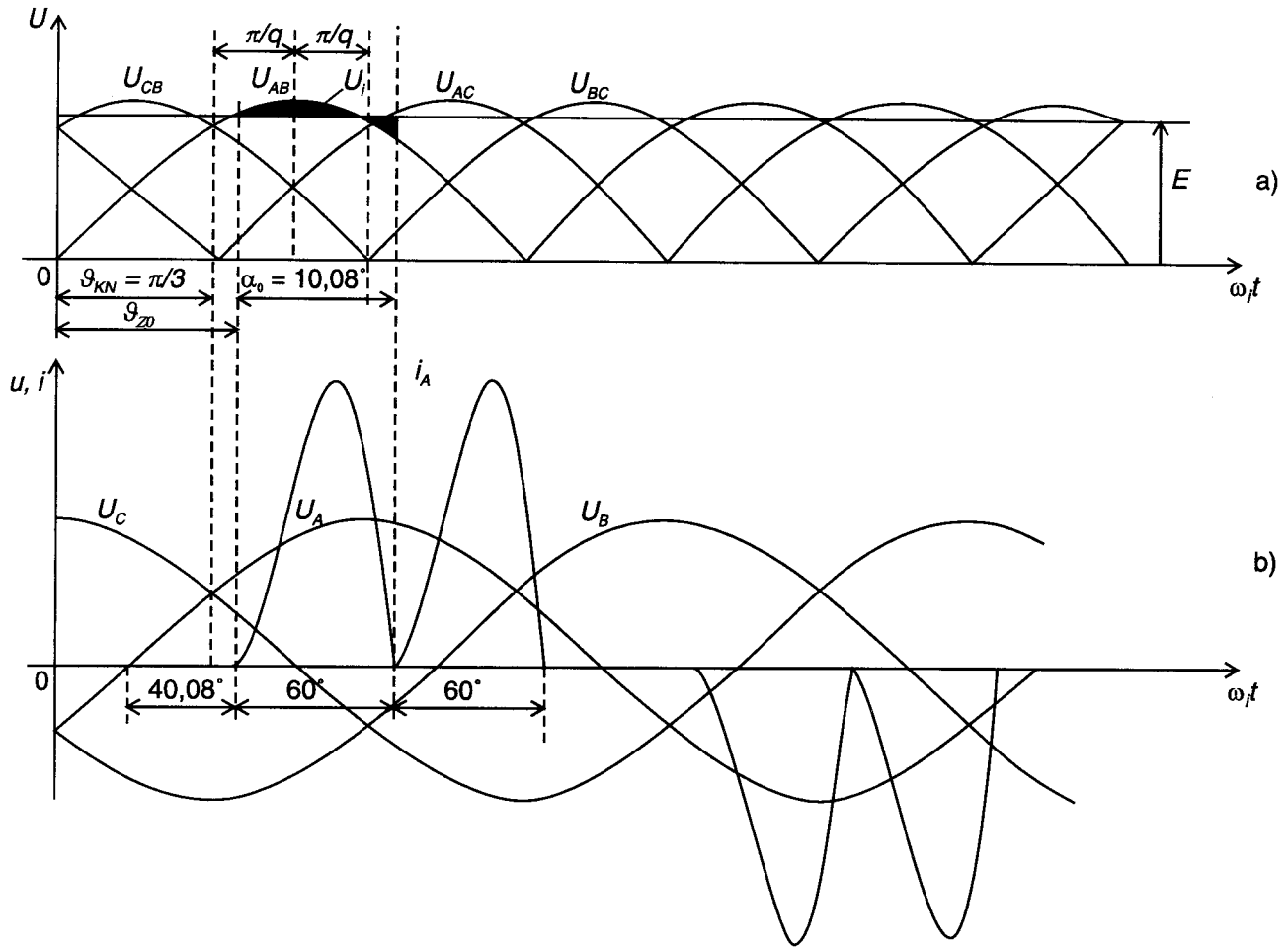
$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{q}{\pi} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{q} \quad (25)$$

oraz

$$\vartheta_{z0} = \vartheta_{KN} + \operatorname{arctg} \left(\frac{q}{\pi} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{q} \right) \quad (26)$$

W odniesieniu do układu z rysunku 4, przy przyjęciu $q = 6$, otrzymuje się $\alpha_0 = 10,08^\circ$ i $\vartheta_{z0} = 70,08^\circ$.

Średnia wartość prądu wyprostowanego, gdy $\vartheta_z = \vartheta_{z0}$, wyraża się następująco:



Rys. 5. Przebiegi czasowe napięć i prądów w układzie z rysunku 4: a) napięcie międzyfazowe; b) napięcie i prąd fazowy

$$I_d = \frac{q}{2\pi} \int_0^\lambda i_i d\vartheta_i = \quad (27)$$

$$\frac{3\sqrt{6}U_i}{\pi \omega_i L_d} \left[\sin \vartheta_{z0} - \sin(\vartheta_{z0} + \lambda_L) + \lambda_L \cos \vartheta_{z0} - \frac{\varepsilon}{2} \lambda_L^2 \right]$$

Po podstawieniu w prawej stronie równania $\lambda = \pi/3$, $\vartheta_{z0} = 70,08^\circ$, $\varepsilon = 0,94$ otrzymuje się:

$$I_d = 0,0482 \frac{U_i}{\omega_i L_d} \quad (28)$$

Dla zadanej wartości prądu wyprostowanego I_d indukcyjność L_d jest określona następująco:

$$L_d = \frac{0,0482 U_i}{\omega_i I_d} = 0,000154 H \frac{U_i}{I_d} \quad (29)$$

Rysunek 5b ilustruje przebieg czasowy prądu w jednej fazie wejściowej prostownika, wyznaczony z równania (18), przy przyjęciu $\alpha_0 = 10,08^\circ$ ($\varepsilon = 0,94$), a ponadto usytuowanie tego przebiegu względem napięcia fazowego i międzyfazowego.

Z obserwacji przebiegu czasowego prądu, podanego na rysunku 5b wynikają następujące wnioski:

- harmoniczna podstawowa prądu jest opóźniona względem napięcia fazowego,
- w prądzie fazowym występują składowe: czynna, przesunięcia fazowego i deformacji,

— wyższe harmoniczne prądu są rzędu $6k \pm 1$ ($k = 1, 2 \dots$),
 — jak wynika z badania funkcji wyrażonej równaniem (18) ekstremum funkcji (szczytowa wartość prądu) wystąpi przy kącie $\vartheta_i = 39,84^\circ$.

Wyznaczenie składowych prądu metodami analitycznymi jest bardzo pracochłonne i dlatego posłużono się metodą numeryczną przy wykorzystaniu komputera personalnego.

Przykład 2. Dane: $U_i = 220V$, $E = 506V$, $I_d = 200A$

Wyniki: $L_d = 0,17mH$

Widmo częstotliwościowe i przesunięcia fazowe harmonicznych prądu i_i są zilustrowane na rysunku 6.

Składowe harmonicznej podstawowej (amplitudy):

cosinusoidalna: $\frac{\sqrt{6}U_i}{\omega_i L_d} 1,7 \cdot 10^{-2} = 171,62A$

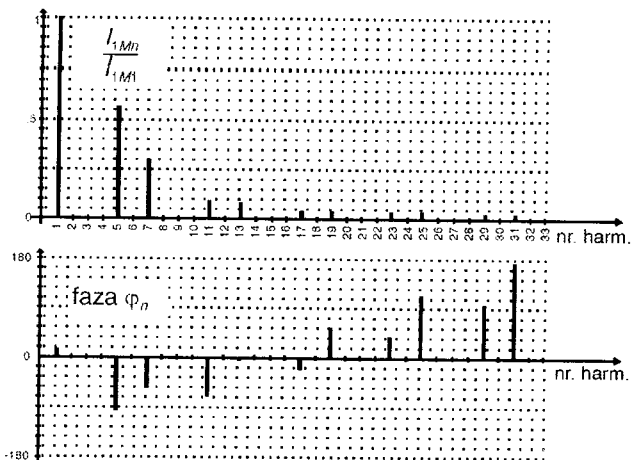
sinusoidalna: $\frac{\sqrt{6}U_i}{\omega_i L_d} 4,9 \cdot 10^{-3} = 49,47A$

harmoniczna podstawowa: $\frac{\sqrt{6}U_i}{\omega_i L_d} 1,77 \cdot 10^{-2} = 178,61A$

Przesunięcie fazowe harmonicznej podstawowej: $\varphi_1 = 16,08^\circ$

Skuteczna wartość harmonicznej podstawowej: $I_{i1} = 123,29A$

Skuteczna wartość prądu fazowego: $I_i = 151,43A$



Rys. 6. Widmo częstotliwościowe i przesunięcie fazowe harmonicznych prądu i_A o przebiegu czasowym jak na rysunku 5b

$$\gamma_i = 0,834$$

$$\cos \varphi_1 = 0,961$$

$$\lambda_i = 0,8$$

W przypadku odbiornika R, L , i przyjęciu, że prąd wyprostowany jest nietętniący, otrzymuje się

$$\gamma_i = 0,955$$

$$\cos \varphi_1 = 1$$

$$\lambda_i = 0,955$$

Amplituda harmonicznej podstawowej: 110 A.

4. WNIOSKI

1. Obciążenie prostownika filtrem pojemnościowym powoduje znaczny wzrost amplitud harmonicznej podstawowej i pierwszych dwóch wyższych harmonicznych w prądzie fazowym źródła zasilania.

2. W układach dużej mocy, w których uwzględnia się wpływ indukcyjności wejściowych, otrzymuje się dodatkowo przesunięcie fazowe harmonicznej prądu wejściowego.
3. Współczynnik mocy jest znacznie mniejszy od współczynnika mocy układu obciążonego odbiornikiem R, L .

LITERATURA

1. Supronowicz H.: *Metody zmniejszania zawartości wyższych harmonicznych w prądach pobieranych przez odbiorniki nieliniowe z sieci zasilającej*. Politechnika Warszawska, Warszawa, 1995.
2. Tunia H., Winiarski B.: *Energoelektronika*. WNT, Warszawa, 1994.



Dr hab. inż. Henryk Supronowicz adiunkt Politechniki Warszawskiej, Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej. Urodzony w Warszawie 15 lipca 1939 r. Politechnikę Warszawską wydział Elektryczny ukończył w 1964 r. W roku 1975 uzyskał stopień doktora nauk technicznych w dziedzinie energoelektroniki, stopień doktora habilitowanego uzyskał w 1995 r. Zajmuje się oddziaływaniem odbiorników nieliniowych na sieć zasilającą oraz metodami poprawy współczynnika mocy.



Dr inż. Tadeusz Płatek ur. 28.07.1953 r. w Węgrowie. Studia wyższe ukończył na Wydziale Elektrycznym w roku 1978 uzyskując tytuł magistra inżyniera elektryka. W roku 1985 obronił pracę doktorską. Od 1978 pracuje w Instytucie Sterowania i Elektroniki Przemysłowej. Zakres jego zainteresowań badawczych obejmuje: zasilacze z jednostkowym współczynnikiem mocy, kompensacja mocy biernej, przetwornice AC/DC, DC/DC, zasilacze bezprzewodowe, falowniki z wielopoziomowymi napięciami zasilającymi. Konsultant w zakładach produkcyjnych z branży elektroenergetycznej.