

ENERGOELEKTRONICZNE ŹRÓDŁA MOCY DEFORMACJI¹⁾

Converter Systems As Distortion Power Sources

Henryk SUPRONOWICZ
Politechnika Warszawska

Streszczenie: W artykule przedstawiono zastosowanie metody funkcji stanu do analizy prądów sterowanych fazowo przekształtników. Dzięki tej metodzie wyznaczane są niepożądane składowe prądów trójfazowych takich przekształtników.

Dodatkowo wyznaczane są niepożądane składowe prądów wejściowych sterownika prądu przemiennego ze sterowaniem fazowym oraz sterowników integracyjnych.

1. WSTĘP

Niezwykle dynamiczny rozwój zastosowań układów przekształtnikowych stwarza poważne problemy związane z oddziaływaniem tych odbiorników na sieć zasilającą.

Przekształtniki są odbiornikami nieliniowymi pobierającymi z sieci zasilającej prądy zawierające następujące składowe: prąd czynny, prąd przesunięcia fazowego harmonicznej podstawowej, prąd deformacji. W układach wielofazowych mogą występować również inne składowe tego prądu, jak np. składowa niesymetrii, składowa modulacji.

Składowa przesunięcia fazowego jest wynikiem sterowania fazowego łączników przekształtnika AC/DC i DC/AC; składowa deformacji jest wyznaczona przez różnicę prądu pobieranego przez przekształtnik i pierwszą harmoniczną tego prądu, czyli przez sumę wyższych harmonicznych prądu wejściowego przekształtnika; składowa niesymetrii jest wynikiem niesymetrycznego obciążenia poszczególnych faz trójfazowej sieci zasilającej; składowa modulacji występuje np. w bezpośrednich przełącznikach częstotliwości o wyjściu jednofazowym.

W praktyce sieć zasilająca prądu przemiennego nie jest idealna i liczyć się należy z obecnością impedancji głównie reaktancyjnych, a w sieciach niskiego napięcia również rezystancyjnych.

Prąd bierny sieci zasilającej, rozumiany w sensie definicji Fryzego jako suma wszystkich składowych prądu, z wyjątkiem składowej czynnej, jest powodem powstawania dodatkowych strat mocy czynnej, spadków i odkształceń napięcia zasilającej, wzrostu mocy gabarytowej układów zasilających.

Odkształcone napięcie zasilające zawierające wyższe harmoniczne ma negatywny wpływ na pracę innych odbiorników energii elektrycznej (maszyny elektryczne, oświetlenie), w szczególności na systemy informatyczne i sterujące (komputery, mikro-

Summary: The use of the existence function for analysis of phase-shift controlled converter input currents is presented. By use of this method the unwanted components of currents drawn from a 3-phase line by phase-shift controlled rectifiers and inverters are calculated.

Unwanted components of the input current of an AC regulator with phase-shift or integral control are calculated as well.

procesory, mikrosterowniki itp.), jak również na systemy łączności przewodowej i bezprzewodowej.

Normy międzynarodowe dotyczące energii elektrycznej stawiają bardzo ostre wymagania odnośnie do dopuszczalnych wartości wyższych harmonicznych prądów i napięć w systemach energetycznych, szczególnie w stosunku do harmonicznych powodowanych pracą nieliniowych odbiorników (np. normy IEE-519, IEC-50081-2).

Powszechnie do poprawy współczynnika mocy przesunięcia fazowego stosowane są baterie kondensatorów statycznych o znacznych pojemnościach. Kondensatory takie stanowią małą impedancję dla wyższych harmonicznych napięcia, w wyniku czego płyną przez nie znaczne prądy wysokich częstotliwości, powodując ich szybkie starzenie się, prowadzące do częstych uszkodzeń. Dodatkowo, przy uwzględnieniu impedancji sieci zasilającej, mogą powstawać zjawiska rezonansowe (rezonans szeregowy, rezonans równoległy) powodujące dodatkowy wzrost odkształcenia napięcia i znaczne przetężenia prowadzące do wyłączeń awaryjnych.

Na rysunku 1 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych w siłowni telefonicznej, dotyczące sieci niskiego napięcia, obciążonej sterowanymi przekształtnikami tyrystorowymi z zastosowaniem baterii kondensatorów do poprawy współczynnika mocy. Z oscylogramów tych wynika, powstawanie zjawisk rezonansowych prowadzących do niedopuszczalnych odkształceń napięcia i przetężeń prądowych wymuszonych harmonicznymi źródłami prądowymi (odbiorniki przekształtnikowe).

Przy projektowaniu urządzeń kompensacyjnych włączanych równoległe do odbiornika niezbędna jest znajomość składowych prądu pobieranego z sieci zasilającej, a szczególnie wyższych harmonicznych.

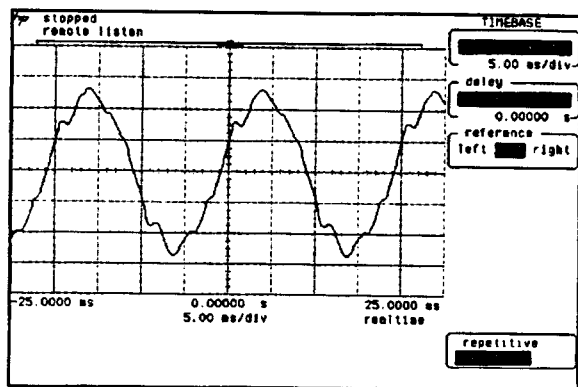
¹⁾ Praca dotowana przez KBN w ramach projektu badawczego pt. „Metody i sposoby poprawy jakości mocy w trójfazowych systemach energetycznych”. Nr projektu badawczego 8T10B06208.

Poniżej przedstawiony jest sposób wyznaczania wyższych harmonicznych prądów podstawowych układów przekształtnikowych.

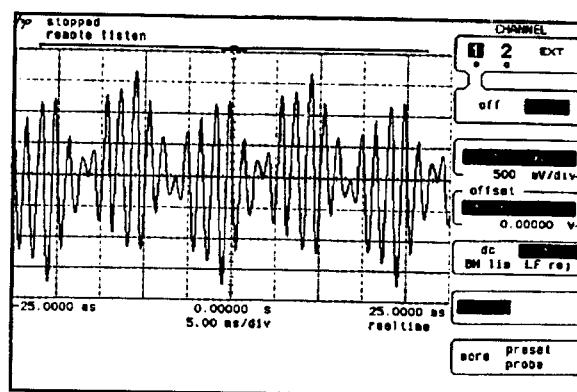
2. ANALIZA PRĄDÓW POBIERANYCH Z SIECI ZASILAJĄCEJ PRZEZ PRZEKSZTAŁNIKI O STEROWANIU FAZOWYM

W celu przeprowadzenia analizy przebiegów czasowych prądów pobieranych w trójfazowej sieci zasilającej przez przekształtniki o komutacji naturalnej zostanie zastosowana metoda funkcji stanu.

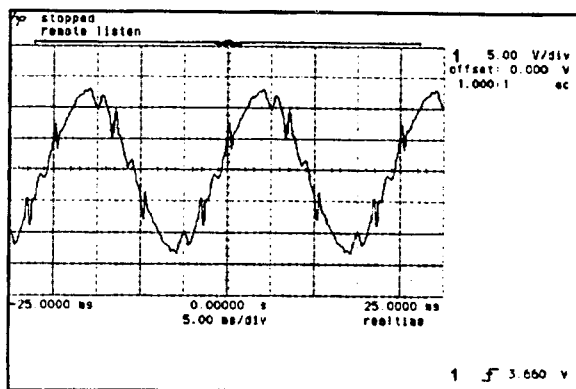
Pojęcie funkcji stanu (existence function) wprowadzili po raz pierwszy Gyugyi i Pelly [2]. Zastosowali oni metodę stanu do analizy przebiegów czasowych napięć wyjściowych przemienników częstotliwości. Funkcja stanu jest matematyczną reprezentacją stanu łączników przekształtnika przy uwzględnieniu przyjętego sposobu (algorytmu) sterowania. W odniesieniu do pojedynczego łącznika funkcja stanu przyjmuje wartość jeden, gdy łącznik jest zamknięty, i wartość zero, gdy łącznik jest otwarty. Przebieg czasowy funkcji stanu jest więc reprezentowany przez ciąg impulsów o wartości 1, rozdzielonych przedziałami o war-



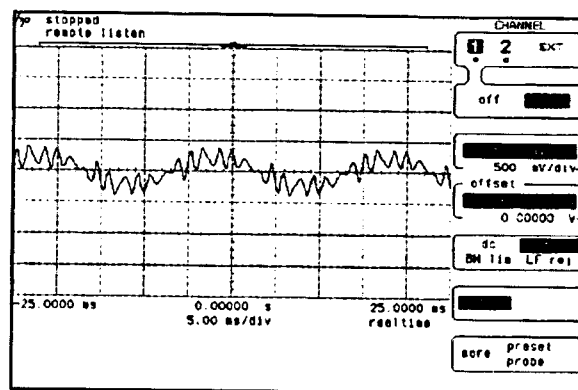
Osc. 1. Praca jałowa rozdzielni niskiego napięcia



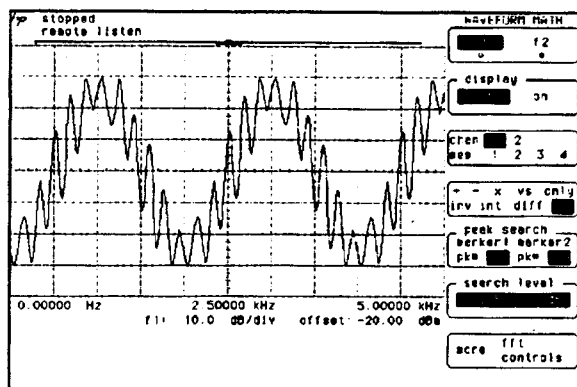
Osc. 4. Prąd baterii kondensatorów (30 kVAR). Prostowniki włączone



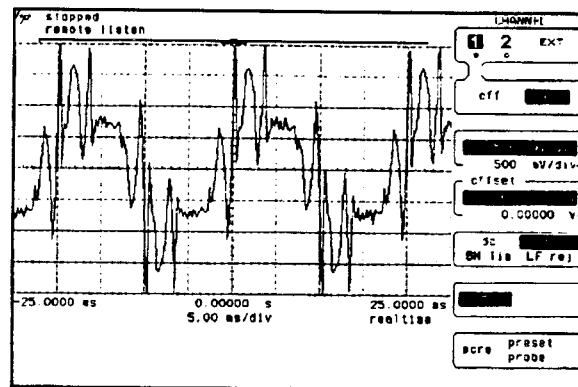
Osc. 2. Obciążenie dwoma prostownikami. Wyłączone baterie kondensatorów



Osc. 5. Prąd baterii kondensatorów (5 kVAR). Prostowniki wyłączone

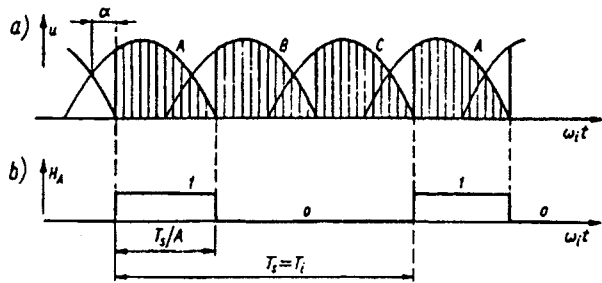


Osc. 3. Obciążenie dwoma prostownikami. Załączona bateria kondensatorów (50 kVAR)



Osc. 6. Prąd linii zasilającej. Włączone prostowniki i bateria kondensatorów (50 kVAR)

tości 0. W odniesieniu do przekształtników o sterowaniu fazowym (prostowników i falowników) funkcją stanu jest funkcję okresową, może więc być rozwinięta w szereg Fouriera.



Rys. 2. Prostownik wielopulsowy sterowany fazowo o komutacji naturalnej: a) przebieg czasowy napięcia wyjściowego b) funkcja stanu łącznika A w fazie A

Rysunek 2 ilustruje przebieg czasowy napięcia wyjściowego prostownika sterowanego przy kącie opóźnienia wysterowania α oraz przebieg czasowy funkcji stanu jednego łącznika. W ogólnym przypadku funkcja stanu k -tego łącznika wyraża się następująco:

$$H_{A,k} = \frac{1}{A} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{A}}{n} \cos [n(\omega_i t - \frac{2k\pi}{A})] \quad (1)$$

przy czym ω_i jest pulsacją napięcia źródła zasilania, $k = 0, 1, 2, \dots (q-1)$, liczba A może być całkowita, wymierna lub niewymierna. W odniesieniu do przekształtnika niesterowanego q -pulsowego ($q \geq 2$) z przewodem zerowym liczba A jest całkowita i równa q .

Prądy wejściowe przekształtników q -pulsowych

Przyjmuje się następujące założenia: przekształtnik jest obciążony źródłem prądu stałego I_d ; pomija się wpływ komutacji. Na wstępie przyjmuje się, że przekształtnik wielopulsowy ($q \geq 2$) pracuje w układzie z przewodem zerowym. Prąd wejściowy i_i dowolnej fazy k wyraża się następująco:

$$i_{ik} = I_d H_{A,k} = \frac{I_d}{q} + 2 \frac{I_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{n} \cos [n(\omega_i t - \frac{2k\pi}{q})] \quad (2)$$

przy czym I_d oznacza wartość średnią prądu odbiornika.

Równanie (2) odnosi się do układu niesterowanego. Jednakże kąt opóźnienia wysterowania α ma wpływ na fazę składowej oscylacyjnej, nie ma natomiast wpływu na jej amplitudę. Dlatego możemy napisać następujące równanie odnoszące się do układu sterowanego:

$$i_{ik} = \frac{I_d}{q} + 2 \frac{I_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{n} \cos [n(\omega_i t - \frac{2k\pi}{q} \pm \alpha)] \quad (3)$$

przy czym $(-\alpha)$ odnosi się do przekształtników o komutacji naturalnej, natomiast $(+\alpha)$ odnosi się do przekształtników o komutacji wewnętrznej.

Z równania (3) wynika, że harmoniczna podstawowa wyraża się:

$$i_{i1k} = \frac{2I_d}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \cos(\omega_i t \pm \alpha) \quad (4)$$

przy czym składowe, czynna i bierna, są określone następująco:

$$(i_{i1k})_P = \frac{2I_d}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \cos(\omega_i t) \cos \alpha \quad (5)$$

$$(i_{i1k})_Q = \frac{2I_d}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \cos(\omega_i t) \sin \alpha \quad (6)$$

Suma składowych oscylacyjnych wyznacza składową odkształcenia przebiegu czasowego prądu i_{ik} od przebiegu czasowego harmonicznej podstawowej i_{i1k} . Współczynnik odkształcenia jest zdefiniowany następująco:

$$\mu_i = \sqrt{\frac{I_i^2 - I_{i1}^2}{I_{i1}^2}} \quad (7)$$

Po podstawieniu do prawej strony równania (7) $I_i = I_d \sqrt{q}$ oraz $I_{i1} = \frac{2I_d}{\sqrt{2}\pi} \sin \frac{\pi}{2}$ otrzymuje się:

$$\mu_i = \sqrt{\left[\frac{\pi^2 \sin^2 \frac{\pi}{q}}{2q} - 1 \right]} \quad (8)$$

Funkcja wyrażona równaniem (8) ma minimum dla $q = 2,7$. Ponieważ q jest liczbą całkowitą więc $q_{opt} = 3$. Wiadomo, że jednostka trójfazowa jest optymalna w sensie minimalizacji mocy obliczeniowej transformatora zasilającego i dlatego złożone układy buduje się w połączeniu szeregowym lub równoległym dwóch lub więcej jednostek trójfazowych.

Biorąc pod uwagę, że kwadrat skutecznej wartości prądu i_{ik} jest sumą kwadratów skutecznych wartości składowych tego prądu (wyrażonych przez prawą stronę równania (2)) otrzymuje się ciekawy z punktu widzenia matematycznego wynik:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{n\pi}{q}}{n^2} = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{q^2} \right) \quad (9)$$

Dla układu mostkowego funkcja stanu łączników przekształtnika w grupie o wspólnej anodzie jest dodatkowo przesunięta o kąt $(-\pi)$.

Prąd wejściowy dla tej grupy łączników wyraża się więc następująco:

$$i'_{ik} = -\frac{I_d}{q} - 2 \frac{I_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{n} \cos(n\pi) \cos [n(\omega_i t - \frac{2k\pi}{q} \pm \alpha)] \quad (10)$$

Dla przekształtnika mostkowego prąd wejściowy $(i_{ik})_M = i_{ik} + i'_{ik}$.

Dlatego to otrzymuje się:

$$(i_{ik})_M = 2 \frac{I_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{n} [1 - \cos(n\pi)] \cos [n(\omega_i t - \frac{2k\pi}{q} \pm \alpha)] \quad (11)$$

Wyraz $(1 - \cos(n\pi)) = 0$ dla wszystkich n parzystych i 2 dla wszystkich n nieparzystych. Dlatego to równanie (11) możemy przepisać następująco:

$$(i_{ik})_M = 4 \frac{I_d}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(2p-1) \frac{\pi}{q}}{2p-1} \cos[(2p-1)(\omega_i t - \frac{2k\pi}{q} \pm \alpha)] \quad (12)$$

Tak więc w widmie częstotliwościowym prądu pobieranego ze źródła zasilania pojawiają się tylko harmoniczne nieparzyste, których rząd nie jest całkowitą wielokrotnością q . Jeśli jest taką wielokrotnością, wówczas $\sin[(2p-1)\pi/q]/(2p-1) = 0$ i te harmoniczne nieparzyste zerują się.

Jeśli prostownik pracuje w układzie z diodą zerową, wówczas kąt przewodzenia tyrystora jest równy $\lambda_T = \pi/2 + \pi/q - \alpha$, gdy $\alpha \geq (\pi/2 - \pi/q)$ oraz $\lambda_T = 2\pi/q$, gdy $\alpha \leq (\pi/2 - \pi/q)$. Tak więc, gdy $\alpha \geq \pi/2 - \pi/q$, otrzymuje się:

$$i_{ik} = 2 \frac{I_d}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\sin \left[n \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2q} - \frac{\alpha}{2} \right) \right]}{n} \cos \left[n \left(\omega t - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2q} + \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{2k\pi}{q} \right) \right] \quad (13)$$

Prądy liniowe

Założenia: wielopulsowy przekształtnik (q jest wielokrotnością 3; $m = 1, 2, 3, \dots$) obciążony źródłem prądowym jest zasilany z trójfazowego symetrycznego źródła napięciowego, poprzez transformator idealny, o przekładni równej jedności.

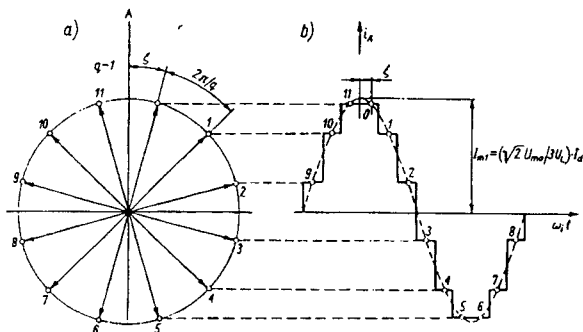
Prądy liniowe wyrażają się w tym przypadku następująco[4]:

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \cos \left(\xi \pm \frac{2k\pi}{q} \right) \\ i_B &= I_m \cos \left(\xi - \frac{2\pi}{3} \pm \frac{2k\pi}{q} \right) \\ i_C &= I_m \cos \left(\xi - \frac{4\pi}{3} \pm \frac{2k\pi}{q} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, q-1$$

$$I_m = \frac{\sqrt{2} U_{m0} I_d}{3 U_L}$$

przy czym: ξ jest kątem mierzonym między wierzchołkiem przebiegu czasowego napięcia fazowego źródła zasilania (u_L) i najbliższym wierzchołkiem przebiegu wartości chwilowej napięcia wyprostowanego prostownika niesterowanego (u_0); U_{m0} szczytowa wartość chwilowego napięcia wyjściowego.



Rys. 3. Wyznaczanie przebiegu czasowego prądu w linii zasilającej wielopulsowy prostownik obciążony źródłem prądowym:
a) wskazy prądu I_d odniesione do napięcia fazy A
b) przebieg czasowy prądu w fazie A

Graficzny sposób wyznaczania przebiegu czasowego prądu liniowego jest zilustrowany na rysunku 3. Zauważmy, że wartość prądu w przedziale czasowym $n2\pi/q\omega$ jest wyznaczona rzutem wskazu prądu przewodzonego przez fazę n na oś napięcia fazy linii zasilającej.

Postępując się równaniami (1) i (14) możemy wyznaczyć składowe niepożądane (wyższe harmoniczne) występujące w prądzie liniowym. Dla n -tej harmonicznej spełniona jest następująca zależność:

$$i_n = \frac{2}{\pi} \frac{\sin \left(\frac{n\pi}{q} \right)}{n} \sum_{k=0}^{q-1} I_m \cos \left(\xi + k \frac{2\pi}{q} \right) \cos \left[n \left(\omega t - k \frac{2\pi}{q} \right) \right] \quad (15)$$

Równanie (15) możemy przedstawić w następującej postaci:

$$\begin{aligned} i_n &= \frac{2}{\pi} \frac{\sin \left(\frac{n\pi}{q} \right)}{n} \sum_{k=0}^{q-1} I_m \frac{1}{2} \left[\cos \left[n \omega t - \xi - (n+1) \frac{2\pi k}{q} \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left(n \omega t + \xi - (n-1) k \frac{2\pi}{q} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Z teorii wskazów wiadomo, że suma ich jest zawsze równa zero, gdy $(n+1)$ i $(n-1)$ nie jest całkowitą wielokrotnością q . Oznacza to, że tworzą one symetryczny układ napięciowy lub prądowy.

Gdy $(n+1)$ i $(n-1)$ jest całkowitą wielokrotnością q , wówczas przesunięcia fazowe wszystkich wskazów wynoszą 2π i wskazy te sumują się algebraicznie. Oznacza to, że w widmie częstotliwościowym pojawiają się tylko te wyższe harmoniczne, których rząd jest równy:

$$n = \nu q \pm 1 \quad (17)$$

przy czym ν należy do zbioru liczb naturalnych.

Ostatecznie więc otrzymuje się następujące zależności dla składowych niepożądanych:

$$i_n = \frac{1}{\pi} q \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{n} I_m \cos \left(n \omega t \pm \xi \right) \quad (18)$$

przy czym $n = \nu q \pm 1$

Podstawiając w prawej stronie równania (18) wartość I_m otrzymuje się wyrażenie dla amplitud składowych niepożądanych:

$$I_{m,n} = \frac{q}{\pi} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{n} \frac{\sqrt{2} U_{m0}}{3 U_L} I_d \quad (19)$$

Biorąc pod uwagę, że $\sin(n\pi/q) = \pm \sin(\pi/q)$ otrzymuje się znaną istotną zależność:

$$\frac{I_{m,n}}{I_{m,1}} = \frac{1}{n} \quad (20)$$

Postępując się rysunkiem 2 możemy wyznaczyć skuteczną wartość prądu liniowego:

$$I_L = \sqrt{\frac{1}{2\pi} I_m^2 \left[\cos^2 \xi + \cos^2 \left(\xi + \frac{2\pi}{q} \right) + \dots + \cos^2 \left[\xi + (q-1) \frac{2\pi}{q} \right] \right]} \quad (21)$$

Ponieważ dla przebiegu okresowego spełnione są zależności:

$$\sum_{k=0}^{q-1} \cos^2 \left(\xi + k \frac{2\pi}{q} \right) = \sum_{k=0}^{q-1} \sin^2 \left(\xi + k \frac{2\pi}{q} \right) \quad (22)$$

więc

$$\sum_{k=0}^{q-1} \cos^2 \left(\xi + k \frac{2\pi}{q} \right) = \frac{q}{2}$$

Równanie (21) upraszcza się do postaci:

$$I_L = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (23)$$

lub

$$I_L = \frac{U_{m0} I_d}{3 U_L} \quad (24)$$

Z równań (19) i (22) wynika, że jest spełniona zależność:

$$\frac{I_L}{I_1} = \frac{\pi}{q \sin(\pi/q)} \quad (25)$$

przy czym $q \geq 3$.

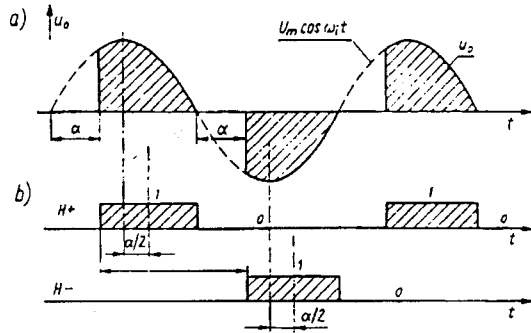
Z kolei prąd odkształcenia wyraża się:

$$\frac{I_D}{I_1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{q \sin^2(\pi/q)} - 1} \quad (26)$$

Komutacja powoduje tłumienie składowych niepożądanych, zwłaszcza wyższego rzędu. Na przykład dla prostownika trójfazowego mostkowego, gdy pomija się wpływ komutacji, otrzymuje się $I_L/I_d=0,8165$, natomiast przy uwzględnieniu komutacji ($\mu_0 = 30$), $I_L/I_d=0,794$.

Sterownik prądu przemiennego

Załóżmy, że trójfazowy sterownik prądu przemiennego jest połączony w gwiazdę z przewodem zerowym. Przy obciążeniu czysto rezystancyjnym funkcja stanu łącznika jest określona kątem opóźnienia załączania α . W tym więc przypadku $T_s/A = \pi - \alpha$. Widmo częstotliwościowe prądu pobieranego ze źródła zasilania jest więc identyczne z widmem napięcia odbiornika.



Rys. 4. Sterownik napięcia przemiennego:
a) napięcie wyjściowe przy obciążeniu rezystancyjnym
b) funkcja stanu łącznika

Rysunek 4 ilustruje przebieg czasowy napięcia wyjściowego i funkcje stanu łączników dla jednej fazy, przy obciążeniu czysto rezystancyjnym. Postępując się rysunkiem i biorąc pod uwagę zależność (1) otrzymuje się następujące wyrażenia dla funkcji stanu:

$$H_+ = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\pi - \alpha}{2})}{n} \cos[n(\omega_i t - \frac{\alpha}{2})] \quad (27)$$

$$H_- = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\pi - \alpha}{2})}{n} \cos(n\pi) \cos[n(\omega_i t - \frac{\alpha}{2})]$$

oraz

$$H = H_+ + H_- = 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\pi - \alpha}{2})}{n} (1 + \cos n\pi) \cos[n(\omega_i t - \frac{\alpha}{2})] \quad (28)$$

Ponieważ dla n nieparzystych $1 + \cos n\pi = 0$ więc:

$$H = 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin m(\pi - \alpha)}{2m} \cos(2m\omega_i t - m\alpha) \quad (29)$$

Napięcie wyjściowe jest więc określone następująco:

$$u_o(t) = (1 - \frac{\alpha}{\pi}) U_m \cos \omega_i t + 4 \frac{U_m}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin m(\pi - \alpha)}{2m} \cos(2m\omega_i t - m\alpha) \cos(\omega_i t) \quad (30)$$

Podstawiając po prawej stronie równania $m = 1$ otrzymuje się wyrażenie dla harmonicznej podstawowej:

$$u_{o1}(t) = (1 - \frac{\alpha}{\pi}) U_m \cos \omega_i t + \frac{U_m}{\pi} \sin(\pi - \alpha) \cos(\omega_i t - \alpha) \quad (31)$$

która zawiera składową w fazie u_{o1c} i składową u_{o1s} opóźnioną o kąt $\pi/2$:

$$u_{o1c}(t) = (1 - \frac{\alpha}{\pi}) U_m \cos \omega_i t + \frac{U_m}{\pi} \sin(\pi - \alpha) \cos(\omega_i t - \alpha) \cos \alpha = \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi} \right] U_m \cos(\omega_i t) \quad (32)$$

$$u_{o1s}(t) = \frac{U_m}{\pi} \sin^2 \alpha \sin(\omega_i t) \quad (33)$$

Pozostałe składowe występujące w $u_o(t)$ są oczywiście harmonicznymi nieparzystymi, które wyrażają się dwoma składnikami:

$$u'_{ok} = \frac{U_m \sin[k(\pi - \alpha)]}{\pi k} \cos[(2k - 1)\omega_i t - k\alpha] \quad (34)$$

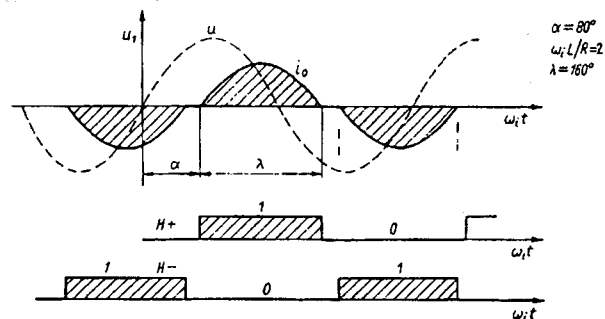
$$u''_{ok} = \frac{U_m \sin[(k - 1)(\pi - \alpha)]}{\pi k - 1} \cos[(2k - 1)\omega_i t - (k - 1)\alpha] \quad (35)$$

przy czym $k \geq 2$.

W przypadku obciążenia rezystancyjno-indukcyjnego kąt wyłączenia łącznika jest funkcją kąta α i $\arctg(\omega_i L/R)$. Przebieg czasowy prądu odbiornika wyraża się dobrze znaną zależnością [4]. W celu wyznaczenia widma częstotliwościowego prądu można posłużyć się szybką transformatą Fouriera lub też wyznaczyć widmo częstotliwościowe napięcia doprowadzonego do zacisków odbiornika, a następnie wyliczyć amplitudy harmonicznych.

Jeśli $\omega_i L/R \geq 1$, wówczas przebieg czasowy prądu można aproksymować przebiegiem sinusoidalnym, zgodnie z zależnością [4]:

$$i = I_m \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \omega_i t\right) \quad (36)$$



Rys. 5. Sterownik napięcia przemiennego:
a) przebieg czasowy prądu odbiornika RL
b) funkcja stanu łącznika

przy czym $I_m = \pi^2 \frac{I_d}{\lambda}$, I_d — średnia wartość prądu w jednym półokresie.

Z rysunku 5 wynika, że przebieg czasowy prądu jest krzywą antysymetryczną, co oznacza, że w widmie częstotliwościowym pojawiają się tylko składowe nieparzyste. Współczynniki szeregu Fouriera tego przebiegu są określone następująco:

$$i_{sn} = \frac{2}{\pi} I_m \int_0^{\lambda} \sin \frac{\pi}{\lambda} (\omega_i t) \sin(n\omega_i t) d(\omega_i t) \quad (37)$$

$$i_{cn} = \frac{2}{\pi} I_m \int_0^{\lambda} \sin \frac{\pi}{\lambda} (\omega_i t) \cos(n\omega_i t) d(\omega_i t) \quad (38)$$

przy czym $n = (2k+1)$; $k = 0, 1, 2, \dots$

Po rozwiązaniu całek w prawych stronach równań (37) i (38) otrzymuje się:

$$i_{sn} = \frac{1}{\pi} I_m \left[\frac{\sin(n\lambda)}{\pi/\lambda - n} + \frac{\sin(n\lambda)}{\pi/\lambda + n} \right] \quad (39)$$

$$i_{cn} = \frac{1}{\pi} I_m \left[\frac{\cos(n\lambda)}{\pi/\lambda - n} + \frac{\cos(n\lambda)}{\pi/\lambda + n} \right] \quad (40)$$

dla $\frac{\pi}{\lambda} \neq n$ oraz:

$$i_{sn} = \frac{1}{\pi} I_m \left(\lambda - \frac{1}{2n} \sin 2n\lambda \right) \quad (41)$$

$$i_{cn} = \frac{1}{\pi} I_m \frac{1}{n} \sin^2(n\lambda) \quad (42)$$

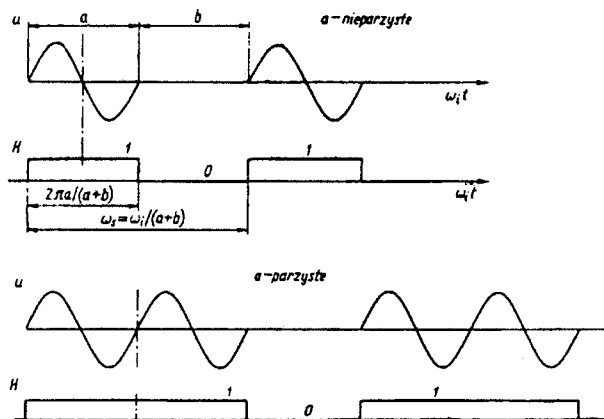
dla $\frac{\pi}{\lambda} = n$.

W odniesieniu do przykładu z rysunku 5, przy $\lambda = 160$ otrzymuje się $I = 0,66666 I_m$; $I_1 = 0,66214 I_m$; $I_3 = 0,0606 I_m$; $I_5 = 0,0327 I_m$; prąd odkształcenia $I_D = 0,07757 I_m$. Gdy λ maleje, wówczas wzrasta składowa odkształcenia. Na przykład, gdy $\lambda = 90$ otrzymuje się:

$I = 0,5 I_m$; $I_1 = 0,4244 I_m$; $I_3 = 0,25461 I_m$; $I_5 = 0,0606 I_m$; $I_7 = 0,0283 I_m$; $I_9 = 0,0283 I_m$; $I_D = 0,26435 I_m$.

Sterownik integracyjny

Sterowanie integracyjne stosowane jest na przykład w spawarkach. Na rysunku 6 podano przykład przebiegów czasowych napięcia odbiornika i przebiegi czasowe funkcji stanu łącznika



Rys. 6. Napięcie odbiornika i funkcja stanu łącznika przy sterowaniu integracyjnym

dwukierunkowego przy założeniu, że obciążenie jest czysto rezystancyjne.

Funkcja stanu łącznika wyraża się następująco:

$$H = \frac{a}{a+b} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left(\frac{n\pi a}{a+b} \right)}{n} \cos \left(\frac{n\omega_i t}{a+b} \right) \quad (43)$$

Napięcie doprowadzone do odbiornika jest więc określone następująco:

$$u_n(t) = \frac{aU_m}{a+b} (\pm \sin \omega_i t) + \frac{2U_m}{\pi} [\pm \sin \omega_i t] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi a}{a+b}}{n} \cdot \cos \frac{n\omega_i t}{a+b} \quad (44)$$

przy czym znak (+) przyjmuje się, gdy a jest parzyste, znak (-), gdy a jest nieparzyste.

Jest oczywiste, że wszystkie składniki występujące w prawej stronie równania (44) są użyteczne, ponieważ mają wpływ na moc dostarczaną do odbiornika R_0 . Jednakże składowa wymagana prądu ($\frac{U_0}{R_0}$) jest określona tylko przez człon: $\frac{1}{R_0} a \cdot \sin \left(\frac{\omega_i t}{a+b} \right)$.

Pozostałe składniki prądu mają częstotliwość: $f_i \pm \frac{nf_i}{a+b}$ z wyjąt-

kiem tych, dla których $\frac{na}{a+b}$ jest liczbą całkowitą. Widmo takie nie jest pożądane, ponieważ występują w nim częstotliwości niższe od wejściowej $\left[f_i - \frac{nf_i}{a+b} \right]$. Jeśli suma $(a+b)$ jest dostatecznie duża, wówczas składowe częstotliwości bocznych, o największej amplitudzie, są położone bardzo blisko częstotliwości podstawowej i nie są identyfikowane przez klasyczne układy pomiarowe.

Przezienniki częstotliwości

Analityczne wyznaczenie przebiegów czasowych prądów w linii zasilającej przezienniki częstotliwości są złożone. Ogólna metoda wyznaczania prądu została podana w [1]. Jedynie w przypadku przeziennika częstotliwości o stałym kącie przewożenia faz (UFC — unrestricted frequency changer i SSFC — slow switching frequency changer) uzyskuje się dość proste zależności. W praktyce obliczeń dokonuje się przy użyciu komputera. W odniesieniu do przeziennika częstotliwości UFC otrzymuje się dla wektora przestrzennego prądu linii zasilającej trójfazowy symetryczny układ przeziennika następujące zależności:

$$I_i = k_u I_{m0} e^{-j(\omega_0 t - \frac{2\pi n}{q} - \phi_0 + \phi_p)} \quad (45)$$

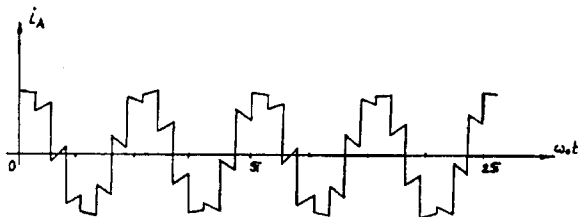
przy czym $k_u = 1$, gdy przekładnia napięciowa transformatora jest równa jedności i przeziennik jest układem trójfazowym gwiazdowym, oraz $k_u = \sqrt{3}$, gdy przeziennik jest układem sześciopulsowym mostkowym; I_{m0} — amplituda prądu odbiornika; ω_0 — pulsacja napięcia wyjściowego; n — zmienna przetwarzająca; ϕ_0 — kąt fazowy odbiornika; ϕ_p — kąt przesunięcia fazowego napięcia fazowego linii zasilającej w przyjętym układzie współrzędnych.

Prąd A jest określony następująco:

$$i_{iA} = \text{Re} [I_i] \quad (46)$$

Skuteczna wartość prądu w fazie A :

$$I_{iA} = \frac{k_u I_m}{\sqrt{2}} \quad (47)$$



Rys. 7. Przebieg czasowy prądu pobieranego w sieci trójfazowej przez prze-
miennik częstotliwości UFC o wyjściu jednofazowym, przy obciążeniu rezy-
stancyjnym ($\omega/\omega_0 = 4$)

Współczynnik odkształcenia:

$$\mu = \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \quad (48)$$

Przykład przebiegu czasowego prądu linii zasilającej, obliczo-
nego za pomocą równania (45) ilustruje rysunek 7.

3. WNIOSKI

Metoda funkcji stanu łączników umożliwi łatwe wyznacza-
nie analityczne niepożądanych składowych prądów w sieci zasi-
lającej przekształtniki AC/DC, DC/AC, AC/AC.

Znajomość niepożądanych składowych, a w szczególności
wyższych harmonicznych jest niezbędna przy projektowaniu
urządzeń do poprawy współczynnika mocy.

Wyższe harmoniczne prądu mogą powodować powstawanie
zjawisk rezonansowych w sieciach o znacznych impedancjach w
przypadku stosowania kondensatorów do poprawy współczynni-
ka mocy przesunięcia fazowego.

LITERATURA

1. Citko T., Tunia H.: *Przeźmienniki częstotliwości, metody analizy*.
Rozprawy Naukowe Nr 21, Politechnika Białostocka 1993.
2. Gyugyi L., Pelly B.R.: *Static power frequency changes*. John Wi-
ley and Sons, N. York 1976.
3. Supronowicz H.: *Zastosowanie metody funkcji stanu do analizy*
prądów pobieranych przez przekształtniki o sterowaniu fazowym. Archi-
wum Elektroniki. Tom XLIII, Zeszyt 3, 1994.
4. Tunia H., Winiarski B.: *Podstawy energoelektroniki*. WNT, War-
szawa 1987.



Dr inż. Henryk Supronowicz

Adiunkt Politechniki Warszawskiej, Instytut Sterowania
i Elektroniki Przemysłowej. Urodzony w Warszawie 15
lipca 1939 r., Politechnika Warszawska wydział Elektry-
czny ukończony w 1946 r. Od 1967 r. pracownik ISEP
PW obecnie na stanowisku adiunkta.